

کد کنترل

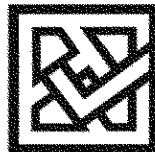
485

F

آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنجشنبه
۱۴۰۱/۱۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح بشود مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

بیوانفورماتیک (کد ۲۲۴۶)

زمان پاسخ گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: زیست شناسی سلولی و مولکولی - آمار و احتمال - ساختمان داده و الگوریتم - ریاضیات گسسته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سوالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (زیست‌شناسی سلولی و مولکولی - آمار و احتمال - ساختمان داده و الگوریتم - ریاضیات گسسته):

۱- کدام باقیمانده‌های قندی برای شناسایی گلیکوپروتئین‌ها توسط سلکتین‌ها ضروری می‌باشند؟

a. AN - استیل گالاکتوز آمین

b. گالاکتوز

c. N - استیل گلوکز آمین

d. مانوز

e. N - استیل نورامینیک اسید

f. فوکوز

a, c, d (۲)

e, f (۱)

b, c, d, e, f (۴)

b, c, d, e (۳)

۲- در رابطه با ژنوم میتوکندری کدام عبارت درست است؟

(۱) از لحاظ آرایش ژن‌ها در ژنوم شبیه ژنوم هسته می‌باشد.

(۲) بعضی از کدهای آن با کدهای Universal هم‌خوانی ندارد.

(۳) بیشتر پروتئین‌های زنجیره تنفسی توسط ژنوم میتوکندری رمزگذاری می‌شود.

(۴) پروتئین‌های شبه هیستونی بیشتری در ژنوم میتوکندری نسبت به ژنوم هسته وجود دارد.

۳- کدام آنتی‌بیوتیک با اتصال به زیر واحد ۵۰S عمل آنزیم پپتیدیل ترانسفراز را مهار می‌کند؟

(۱) استرپتومایسین

(۲) سیکلوهاگزامید

(۳) تتراسایکلین

(۴) کلرامفنیکل

۴- همه جملات زیر در مورد CDK‌های میتوزی درست‌اند، به جز:

(۱) weel کیناز را فعال می‌کنند.

(۲) باعث فعال شدن SMC‌ها می‌شوند.

(۳) باعث فعال‌سازی Cdc25 فسفاتاز می‌شوند.

(۴) باعث شکسته شدن پوشش هسته‌ای در اکثر یوکاریوت‌ها می‌شوند.

۵- همه واکنش‌های زیر مربوط به عملکرد پراکسی‌زوم‌های می‌باشد، به جز:

(۱) تولید و حذف H_2O_2

(۲) متابولیزم ترکیبات نیتروژن‌دار

(۳) اکسیداسیون اسیدهای چرب با زنجیره کوتاه

(۴) کاتابولیسم ترکیبات غیرمعمول مانند اسیدهای آمینه از نوع D

- ۶- همه عوامل دخیل در همزمانی سنترو ورود پروتئین‌ها به داخل شبکه آندوپلاسمی (Cotranslational transpost) از پروتئین‌های هیدرولیزکننده GTP هستند، به جز:
- (۱) فاکتور طول‌سازی ترجمه پروتئین از mRNA (۲) زیر واحد α از گیرنده SRP (۳) زیر واحد P_{54} از SRP (۴) ترانسلوکون $sec61$
- ۷- در مخمر برای گذر از G_1 ، کدام یک توسط کمپلکس SCF هدف‌گذاری می‌شود؟
- (۱) $cdh1$ (۲) $Sic1$ (۳) cyclin B (۴) securin
- ۸- کدام یک از اجزای ماتریکس خارج سلولی به صورت cell specific بیان می‌شود و به یک توالی سه پپتیدی Arg-Gly-Asp متصل می‌شود؟
- (۱) لامنین (۲) کولازن (۳) فیبرونکتین (۴) پروتئوگلیکین
- ۹- کدام یک از مسیرهای سیگنالی زیر توسط سیتوکین‌ها فعال نمی‌شود؟
- (۱) Phospholipase C (۲) Ras-MAP Kinas (۳) JAK-STAT (۴) $PI3$ Kinase
- ۱۰- کدام ناحیه، از فاکتور سیگما ۷۰، به ناحیه ۳۵- پروموتور متصل می‌شود؟
- (۱) ۴/۲ (۲) ۲/۴ (۳) ۳ (۴) ۱/۱
- ۱۱- کدام فاکتور، در پروکاریوت‌ها از اتصال زیرواحدهای ریزوزومی به یکدیگر جلوگیری می‌کند؟
- (۱) IF۱ (۲) IF۲ (۳) IF۳ (۴) RRF
- ۱۲- کمترین تعداد tRNA مربوط به کدام است؟
- (۱) باکتری‌ها (۲) گیاهان (۳) مخمر (۴) میتوکندری انسان‌ها
- ۱۳- کدام یک، در روند جدا شدن انترون‌ها از پیش‌ساز mRNA وارد عمل می‌شود؟
- (۱) snRNA (۲) miRNA (۳) snoRNA (۴) siRNA
- ۱۴- فرض کنید A و B دو پیشامد باشند که با احتمال $\frac{1}{7}$ این دو پیشامد به‌طور همزمان رخ می‌دهند و با احتمال $\frac{1}{4}$ هیچ کدام رخ نمی‌دهند. مقدار $P(A \Delta B)$ کدام است؟ ($A \Delta B$ نمایانگر تفاضل متقارن دو پیشامد است).
- (۱) $\frac{1}{28}$ (۲) $\frac{15}{28}$ (۳) $\frac{17}{28}$ (۴) $\frac{18}{28}$

۱۵- دو تاس سالم را یک بار پرتاب می کنیم. اگر A نمایانگر پیشامد مجموع دو خال برابر ۷ و B نمایانگر پیشامد خال اول فرد باشد، مقدار $P(A \Delta B | A \cup B)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{5}{6}$
(۴) $\frac{6}{7}$

۱۶- جعبه ای شامل ۳ مهره سفید و ۴ مهره آبی است. یک مهره به تصادف از این جعبه انتخاب می شود. اگر مهره سفید بود، مهره انتخابی همراه با یک مهره آبی به جعبه برگردانده می شود و اگر مهره آبی بوده مهره انتخابی همراه با یک مهره سفید به جعبه برگردانده می شود. آن گاه مهره دوم به تصادف انتخاب می شود. اگر مهر دوم انتخابی آبی باشد، احتمال این که اولی هم آبی بوده باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{14}{31}$
(۲) $\frac{16}{31}$
(۳) $\frac{15}{31}$
(۴) $\frac{13}{31}$

۱۷- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع توزیع (تجمعی) زیر باشد. مقدار $E(X)$ ، کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{7}{10} & 2 \leq x < 3 \\ \frac{8}{10} & 3 \leq x < 4 \\ \frac{9}{10} & 4 \leq x < 5 \\ 1 & 5 \leq x \end{cases}$$

- (۱) $\frac{2}{1}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{2}{2}$
(۴) $\frac{1}{3}$

۱۸- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع (تجمعی) زیر باشد. مقدار $E(X)$ ، کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{1}{3} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{3} + k(x-2) & 2 \leq x < 4 \\ 1 & 4 \leq x \end{cases}$$

- (۱) $\frac{7}{2}$
(۲) $\frac{7}{3}$
(۳) $\frac{7}{4}$
(۴) $\frac{7}{5}$

۱۹- فرض کنید ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع $\Gamma(\alpha, \alpha)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد α به روش گشتاوری، کدام است؟

$$f_{\alpha}(x) = \frac{1}{\alpha^{\alpha} \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\alpha}}, \quad x > 0, \quad \alpha > 0$$

(۱) ۳

(۲) ۲/۵

(۳) $\sqrt{2/5}$

(۴) $\sqrt{3}$

۲۰- فرض کنید ۱، ۲، ۳، ۴، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. مقدار برآورد λ به روش ماکزیمم درستنمایی، کدام است؟

$$f_{\lambda}(x) = \frac{\lambda^4}{\Gamma(4)} \frac{1}{x^5} e^{-\frac{\lambda}{x}}, \quad x > 0, \quad \lambda > 0$$

(۱) $\frac{48}{19}$

(۲) $\frac{38}{17}$

(۳) $\frac{17}{38}$

(۴) $\frac{19}{48}$

۲۱- طول عمر (بر حسب ساعت) نمونه‌هایی مستقل از سه نوع باطری با مارک مختلف به شرح زیر است. علاقمند به بررسی برابری طول عمرها در مقابل متفاوت بودن طول عمرها هستیم. با فرض نرمال بودن داده‌ها و همگن بودن واریانس‌ها، مقدار برآورد واریانس (یکسان)، کدام است؟

۱	۲	۳
۴۰	۶۰	۶۰
۳۰	۴۰	۵۰
۵۰	۵۵	۷۰
۵۰	۶۵	۶۵
۳۰		۷۵
		۴۰

(۱) $\frac{1600}{7}$

(۲) $\frac{300}{7}$

(۳) $\frac{400}{3}$

(۴) $\frac{400}{7}$

۲۲- جعبه‌ای شامل ۴ مهره قرمز و ۴ مهره سفید است. از این جعبه ۵ مهره به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌شود. احتمال اینکه حداقل یک مهره قرمز و حداقل یک مهره سفید انتخاب شده باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{16}$

(۲) $\frac{15}{16}$

(۳) $\frac{1}{32}$

(۴) $\frac{31}{32}$

۲۳- از بین ۱۰۰۰ کارت شماره گذاری شده از ۱ تا ۱۰۰۰ یک کارت به تصادف انتخاب می شود. احتمال اینکه بر ۸ بخش پذیر نباشد، چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۰۸
(۲) ۰/۱۲۵
(۳) ۰/۸۷۵
(۴) ۰/۹۹۲

۲۴- کمترین تعداد مقایسه مورد نیاز برای تعیین اینکه یک عدد صحیح بیش از $\frac{n}{4}$ مرتبه در یک آرایه مرتب از اعداد صحیح به طول n ظاهر می شود، از کدام مرتبه است؟

- (۱) $\Theta(1)$
(۲) $\Theta(\log n)$
(۳) $\Theta(n)$
(۴) $\Theta(n \log n)$

۲۵- n آرایه نامرتب A_1, \dots, A_n را در نظر بگیرید (n عددی فرد است). هر کدام از این آرایه ها دارای n عنصر متمایز است. هیچ عنصر مشترکی میان هیچ دو آرایه ای وجود ندارد. پیچیدگی زمانی الگوریتمی برای محاسبه میانه این آرایه ها از چه مرتبه ای است؟

- (۱) $\Theta(n)$
(۲) $\Theta(n \log n)$
(۳) $\Theta(n^2)$
(۴) $\Omega(n^2 \log n)$

۲۶- فرض کنید آرایه ای از اعداد صحیح $A = [a_1; a_2; \dots; a_n]$ داده شود و یک اندیس (k نا شناخته) وجود دارد به طوری که زیر آرایه $A = [a_1; a_2; \dots; a_k]$ به ترتیب اکیداً افزایشی مرتب شده است و زیر آرایه $A = [a_k; a_{k+1}; \dots; a_n]$ به ترتیب اکیداً نزولی مرتب شده است (یعنی اگر $1 \leq i < j \leq k$ ، آنگاه $a_i < a_j$ و اگر $k \leq i < j \leq n$ ، آنگاه $a_i > a_j$). هدف شما تعیین k است. یک الگوریتم بهینه برای حل این مسئله چه زمان اجرایی دارد؟

- (۱) $\Theta(n^2)$
(۲) $\Theta(n \log n)$
(۳) $\Theta(n)$
(۴) $\Theta(\log n)$

۲۷- کدام مورد درست است؟

(۱) آرایه $A = [10; 3; 5; 1; 4; 2]$ ، یک max heap است.

(۲) هر مسئله محاسباتی با اندازه ورودی n را می توان با یک الگوریتمی با زمان چند جمله ای بر حسب n حل کرد.

(۳) برای تمام توابع مثبت $f(n)$ ، $g(n)$ و $h(n)$ ، اگر $f(n) = O(g(n))$ و $f(n) = \Omega(h(n))$ باشند، آنگاه $g(n) + h(n) = \Omega(f(n))$.

(۴) اگر هر رقم جداگانه در RADIX SORT را با استفاده از INSERTION SORT به جای COUNTING SORT مرتب کنیم، آنگاه RADIX SORT به درستی کار نمی کند. (یعنی خروجی صحیح را تولید نمی کند).

۲۸- کدام یک، مطمئناً عبارت $f(n) = \Omega(g(n))$ را پشتیبانی می کند؟

- (۱) $f(n) \leq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 1$
(۲) $f(n) \geq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 136$

- (۳) $f(n) \leq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 100$
(۴) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$

۲۹- کدام یک از گزاره (های) زیر درست است؟

الف- هر درخت جستجوی دودویی دلخواه با n گره می تواند به یک درخت جستجوی دودویی دلخواه دیگر با n گره با انجام $O(n)$ عمل rotation تبدیل شود.

ب- برای هر دو تابع $f(n)$ و $g(n)$ یکی از سه حالت $f(n) \in o(g(n))$ (۱)، $f(n) \in \omega(g(n))$ (۲) و $f(n) \in \theta(g(n))$ (۳) برقرار است.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۳۰- زمان اجرای الگوریتم زیر از چه مرتبه ای است؟ ($x++$ یعنی متغیر x را به اضافه یک کنید).

$i = 1$

$j = 1$

for($i = 0; i < n; i++$)

for($j = i * i * i; j < n * i; j++$)

print("*")

(۱) n^2

(۲) $n^{2/5}$

(۳) n^3

(۴) $n^{3/5}$

۳۱- کدام مورد (موارد) زیر درست است؟

الف- اگر در الگوریتم سازی ادغامی (Merge sort)، در هر گام تقسیم، به جای تقسیم هر دسته از اعداد به دو

دسته، آنها را به سه دسته تقریباً هم اندازه تقسیم کنیم (به عبارت دیگر n عدد به ۳ دسته تقریباً $\frac{n}{3}$ تایی و

سپس ۹ دسته تقریباً $\frac{n}{9}$ تایی تقسیم شوند و ...)، الگوریتم حاصل یک الگوریتم مرتب سازی است و زمان آن از

$\Theta(n \log n)$ است.

ب- اگر در الگوریتم مرتب سازی ادغامی، در هر گام، اعداد را به دو دسته تقسیم کنیم، به طوری که اندازه یکی از

دسته ها حدوداً ۵ برابر اندازه دسته دیگر باشد، الگوریتم حاصل یک الگوریتم مرتب سازی است و زمان اجرای

آن $\Theta(n \log n)$ است.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۳۲- n عدد طبیعی a_1, a_2, \dots, a_n داده شده است. با استفاده از جدول درهم‌سازی (Hash Table) قصد داریم دو سؤال زیر را پاسخ دهیم.

الف- آیا i و j که $\frac{a_i}{a_j} = 2$ وجود دارند؟

ب- آیا i و j که $\frac{1}{9} < \frac{a_i}{a_j} < \frac{2}{1}$ وجود دارند؟

امید ریاضی زمان اجرای سریع‌ترین الگوریتم موجود برای حل دو مسئله «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه زمانی است؟ (امید ریاضی زمان اجرای یک الگوریتم، میانگین زمان اجرای آن است.)

(۱) n^2, n

(۲) n, n^2

(۳) n, n

(۴) n^2, n^2

۳۳- همزمان با اجرای الگوریتم جستجوی عمق اول (DFS) روی یک گراف n رأسی، برای هر رأس دو عدد تولد و مرگ نیز تعیین می‌کنیم. اعداد تولد و مرگ رأس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند: دو نوع رویداد تعریف می‌کنیم (A) پیمایش هر رأس برای اولین بار، (B) ترک کردن یک رأس برای همیشه. این $2n$ رویداد را به ترتیب زمان رخ دادن با شماره‌های ۱ الی $2n$ شماره‌گذاری می‌کنیم. شماره حاصل از مورد A برای رأس v را عدد تولد v و شماره حاصل از رویداد (B) برای رأس v را عدد مرگ v می‌نامیم. کدام گزاره یا گزاره‌های زیر لزوماً درست است؟

الف- از دو عدد تولد و مرگ هر رأس، دقیقاً یک عدد، فرد است.

ب- حداقل یک رأس وجود دارد که عدد مرگ آن برابر با عدد تولدش به اضافه یک است.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۳۴- یک روش مرتب‌سازی را برای مرتب‌نمودن اعداد کاملاً نامرتب ۱ تا ۱۶ انتخاب نموده‌ایم بعد از انجام چندین مرحله اعداد از چپ به راست به صورت زیر درآمده‌اند، روش مرتب‌سازی کدام است؟

۳, ۴, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۵, ۱۶, ۱۴, ۱۰, ۱, ۵, ۲

(۲) انتخابی (Selection)

(۱) درجی (Insertion)

(۴) سریع (Quick)

(۳) حبابی (Bubble)

۳۵- در صورتی که بخواهیم دنباله مرتب‌شده صعودی در خروجی داشته باشیم، کدام یک از ساختارهای داده‌ای زیر بدون استفاده از ساختار کمکی قادر به انجام آن است؟

(۲) درخت دودویی منظم

(۱) درخت Maxheap

(۴) درخت جستجوی دودویی

(۳) درخت Minheap

۳۶- در یک پارکینگ تعدادی جای پارک برای ماشین و موتورسیکلت که به صورت موازی پارک می‌شوند وجود دارد. اگر هر ماشین ۳ جای پارک و هر موتورسیکلت ۱ جای پارک را بگیرد و در کل ۹ جای پارک وجود داشته باشد به چند حالت مختلف می‌توان این ۹ جای پارک را به طور کامل با ماشین و موتورسیکلت پر کرد؟

(۱) ۱۹

(۲) ۲۷

(۳) ۱۳

(۴) ۸

۳۷- فرض کنیم G یک گراف با مجموعه رأس‌های $V = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 8, 1 \leq y \leq 6\}$ باشد و دو رأس در G مجاورند هرگاه فاصله (اقلیدسی) آنها از یکدیگر $\sqrt{5}$ باشد. G چند یال دارد؟

(۱) ۱۱۶

(۲) ۱۲۴

(۳) ۱۳۲

(۴) ۱۴۰

۳۸- فرض کنیم G یک گراف دوبخشی است که ۸ مؤلفه همبندی دارد. اگر همه رأس‌ها شماره‌گذاری شده باشند، مجموعه رأس‌های هر مؤلفه ناتهی باشد، یکی از مؤلفه‌ها حداقل یک یال داشته باشد و x تعداد حالت‌هایی باشد که می‌توان مجموعه رأس‌های گراف G را به صورت $A \cup B$ نوشت که $A \cap B = \emptyset$ و نیز زیرگراف القایی بر A و نیز زیرگراف القایی بر B یالی نداشته باشند، کدام گزینه در مورد x درست است؟

(۱) $x \geq 256$

(۲) $256 \leq x \leq 255$

(۳) $126 \leq x \leq 127$

(۴) $127 \leq x \leq 255$

۳۹- در چند مورد ثابت می‌شود گزاره P برای همه اعداد طبیعی درست است؟

«الف» - گزاره P برای ۱ و ۲ درست است. همچنین برای هر عدد طبیعی n ، اگر P برای $n-1$ درست باشد، آنگاه برای $n+1$ نیز درست است.

«ب» - گزاره P برای ۱ و ۲ درست است. همچنین برای هر عدد طبیعی n ، اگر P برای $1, 2, 3, \dots, n$ درست باشد، آنگاه برای $n+1$ نیز درست است.

«ج» - گزاره P برای ۱ درست است. همچنین برای هر عدد طبیعی n ، اگر P برای $n-2$ درست باشد، آنگاه برای $n-1$ نیز درست است.

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۴۰- منظور از یک مربع لاتین مرتبه n ، یک جدول $n \times n$ است که در هر خانه آن یکی از اعداد یک الی n قرار گرفته است به طوری که هر سطر و هر ستون جدول شامل همه اعداد ۱ الی n باشد. L و L' دو مربع لاتین مرتبه ۲۵ هستند. تعداد خانه‌های متفاوت L و L' چه عدد یا اعدادی می‌تواند باشد؟

«الف» - ۳

«ب» - ۶

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۴۱- چه تعداد رابطه روی یک مجموعه ۵ عضوی X به طوری که $x \in X$ موجود و x با خودش در ارتباط باشد، وجود دارد؟

(۱) ۵

(۲) ۳۱

(۳) 31×2^{20}

(۴) 5×2^{20}

۴۲- کوچک ترین عدد k که هر زیرمجموعه k عضوی از $\{1, 2, \dots, 95\}$ شامل ۳ عضو متمایز x, y, z به طوری که

$(x-y)(y-z)(z-x)$ مضرب 11^2 باشد، چند است؟

(۱) ۲۳

(۲) ۲۶

(۳) ۲۷

(۴) ۳۴

۴۳- مقدار $\sum_{i=0}^{100} a_i$ ، کدام است؟

$$\begin{cases} a = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

(۱) $2^{103} - 3 \cdot 10^3$

(۲) $2^{103} - 3 \cdot 10^3$

(۳) $2^{103} - 3 \cdot 10^5$

(۴) $2^{103} - 3 \cdot 10^7$

۴۴- کدام گزاره یا گزاره ها لزوماً درست است؟

ماتریس مربعی $H_{n \times n}$ را هادامارد می نامیم هرگاه هر درایه اش $+1$ یا -1 باشد، همچنین حاصل ضرب H در ترانپوزه اش مساوی با n برابر ماتریس همانی باشد ($HH^t = nI$).

الف- اگر $H_{7 \times 7}$ یک ماتریس هادامارد باشد که همه درایه های سطر اول آن -1 است آنگاه تعداد درایه های $+1$ در H برابر با ۲۸ است.

ب- هیچ ماتریس هادامارد 27×27 ای، وجود ندارد.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۴۵- چند تابع $f: \{1, 2, \dots, 22\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 7\}$ وجود دارد به طوری که به ازای هر k که $1 \leq k \leq 7$ ، مجموعه

$f^{-1}(k)$ حداقل ۳ عضوی باشد؟

(۱) $\frac{22!}{(3!)^6 \times 4!}$

(۲) $\frac{22!}{(3!)^7 \times 7}$

(۳) $7! \times \frac{22!}{(3!)^7 \times 7}$

(۴) $7! \times \frac{22!}{(3!)^6 \times 4!}$