

کد کنترل

325

E



325E

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) – سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی صنایع – کد (۲۳۵۰)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی: تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۲۰۱) – تئوری احتمالات و آمار مهندسی – طراحی سیستم‌های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضا:

- ۱- برای ماتریس A با کدام ویژگی، لزوماً بردار x ای وجود ندارد که به ازای آن فاصله اقلیدسی بردار Ax از بردار b مساوی صفر شود؟

$$(۱) |AA^T| = |A^T A| = ۰$$

(۲) Λ معکوس‌پذیر باشد.

(۳) A دارای رتبه ستونی کامل و $|AA^T| = ۰$ باشد.

(۴) Λ دارای رتبه سطری کامل باشد ولی معکوس‌پذیر نباشد.

- ۲- در یک اورژانس شبانه‌روزی، حداقل تعداد کارکنان مورد نیاز در هر یک از ۶ بازه ۴ ساعته ۶-۲، ۲-۱۰، ۱۰-۱۴، ۱۴-۱۸، ۱۸-۲۲ و ۲۲-۲۴ در طی یک شبانه‌روز با توجه به داده‌های تاریخی تخمین زده شده است. هر کارکن تنها باید ۸ ساعت متوالی در روز کار کند. در صورتی که به دنبال تعیین کمترین تعداد کارکنان مورد نیاز با استفاده از برنامه‌ریزی خطی باشیم، مدل حاصل چند محدودیت اصلی (غیر از محدودیت‌های دامنه متغیرها) خواهد داشت؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

- ۳- یک مسئله سرمایه‌گذاری در قالب زیر مدل شده است:

$$\max z = 2/1x_1 + 1/5x_2 + 1/15x_3$$

$$\text{s.t.} \quad 33/5x_1 + 25x_2 + 17/5x_3 \leq 780$$

$$x_1 + 0/8x_2 + 1/5x_3 \leq 40$$

که در آن هر سه متغیر، عدد صحیح نامنفی هستند. چنانچه بخواهیم متغیر x_2 را براساس متغیرهای صفر و یک بیان کنیم، حداقل چه تعداد متغیر نیاز است؟

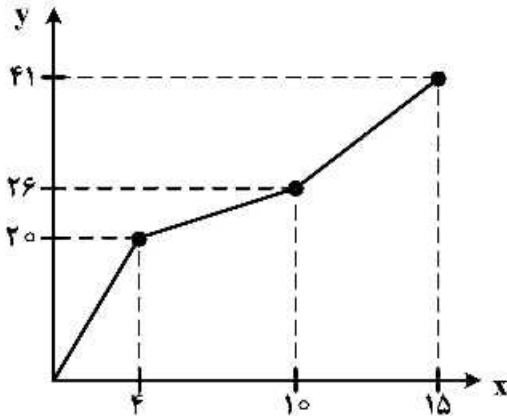
(۱) ۷

(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۴

- ۴- همان طور که در نمودار زیر نمایش داده شده است، کمیت y تابعی از متغیر مستقل x است. به منظور مدل سازی خطی این رابطه، متغیر x را به صورت $d_1 + d_2 + d_3$ می توان نوشت که در این صورت رابطه خطی $y = 5d_1 + d_2 + 3d_3$ را خواهیم داشت. کدام دسته از محدودیت ها برای تکمیل مدل سازی لازم است؟
 $(w_1, w_2 \in \{0, 1\})$



$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (1)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4w_2$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (2)$$

$$5w_2 \leq d_3 \leq 5$$

$$0 \leq d_1 \leq 4w_1$$

$$6w_1 \leq d_2 \leq 6w_2 \quad (3)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6w_1 \quad (4)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

- ۵- مدل بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = c^T x$$

$$\text{s.t. } \|x\|_p \leq 1$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

که در آن تمامی c_1, \dots, c_n غیر صفر و $\|x\|_p$ برای هر $p > 0$ به شکل زیر تعریف می شود:

$$\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

اگر $z^*(p)$ مقدار بهینه مدل فوق باشد، آنگاه این کمیت نسبت به p تابعی است.

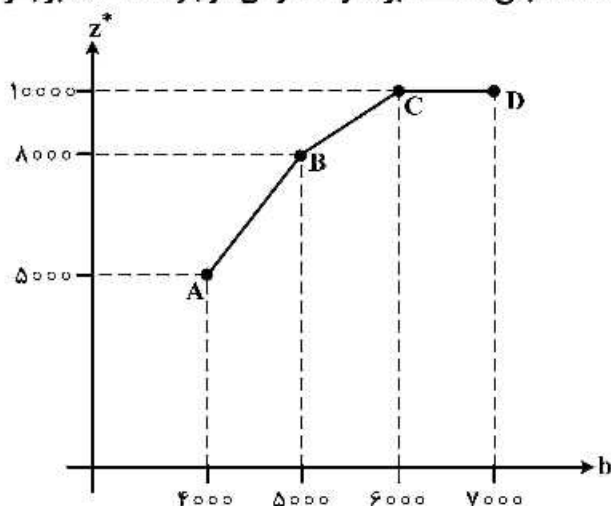
(۲) صعودی

(۱) نزولی

(۴) اکیداً صعودی

(۳) اکیداً نزولی

- ۶ در یک مدل برنامه‌ریزی خطی با تابع هدف بیشینه‌سازی، منحنی تغییرات مقدار بهینه تابع هدف z^* بر حسب مقدار سمت راست یک محدودیت نامساوی \leq که آن را b می‌نامیم، به صورت زیر نمایش داده شده است. قیمت سایه‌ای (shadow price) این محدودیت در بازه A تا D تابعی بوده و مقدار آن در بازه B تا C برابر است.



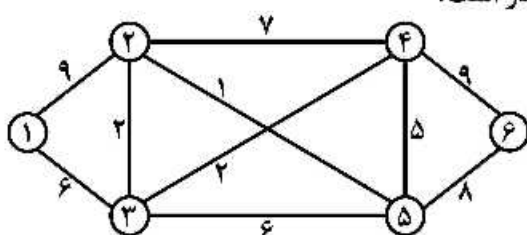
- (۱) غیرنزولی، ۳
(۲) غیرنزولی، ۳۰۰۰
(۳) غیرصعودی، ۲
(۴) غیرصعودی، ۲۰۰۰

- ۷- جدول سیمپلکس مرتبط با یک مدل برنامه‌ریزی خطی بیشینه‌سازی با تابع هدف $z = bx_1 + x_2 + 4x_3$ به صورت زیر است. جواب s_1, s_2, x_1, x_2, x_3 متناظر با این جدول چه وضعیتی دارد؟

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS
	۳	۱۰			۱	۰
	۰/۸	-۰/۲۵				۴
z	۹	a	۰	۰	۳	۱۶

- (۱) بهینه غیرتابنده
(۲) بهینه غیریکتا
(۳) بهینه تابنده
(۴) غیربهینه تابنده

- ۸- در شبکه زیر، گره‌ها نشان‌دهنده روستاهای یک منطقه جغرافیایی است و اعداد روی یال‌ها هزینه احداث جاده بین دو روستا (در صورت امکان) را نشان می‌دهد. هدف برقراری راه ارتباطی به صورت مستقیم یا غیرمستقیم بین تمام روستاهاست. حداقل سرمایه‌گذاری لازم برای این پروژه چقدر است؟



- (۱) ۲۳
(۲) ۲۱
(۳) ۱۹
(۴) ۱۶

- ۹- چه تعداد از توابع زیر همواره محدب هستند؟

$$e^{ax} \quad (a \in \mathbb{R}) \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x^{-a} \quad (a < 0) \quad x > 0$$

$$|x|^a \quad (a > 0) \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x \log x \quad x > 0$$

$$\log x \quad x > 0$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۱۰- در یک مسئله حمل‌ونقل که هزینه‌های ارسال کالا و سایر اطلاعات در جدول زیر داده شده است، به ازای چه مقادیری از λ جواب حاصل از روش گوشه شمال غربی بهینه است؟

عرضه \ مقصد \ مبدأ	۱	۲	۳	
۱	$5-\lambda$	۱۱	۹	۱۰
۲	۱۳	۷	۳	۲۰
۳	۲۱	۱۴	۶	۳۰
تقاضا	۲۵	۱۵	۲۰	

$$(1) \lambda \leq 5$$

$$(2) \lambda \leq 8$$

$$(3) \lambda \geq -18$$

$$(4) \lambda \geq -12$$

- ۱۱- اگر ماتریس A معین مثبت باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

$$(1) A^k \text{ (عدد طبیعی دلخواه) معین مثبت است.}$$

$$(2) \text{ماتریس } B \text{ وجود دارد که } A = B^T B \text{ است.}$$

$$(3) \text{به ازای هر بردار } x, \lambda + xx^T \text{ معین مثبت است.}$$

$$(4) \text{بزرگ‌ترین درایه در هر سطر، روی قطر اصلی قرار دارد.}$$

- ۱۲- در یک شرکت رنگ‌سازی هزینه آماده‌سازی دستگاه برای تهیه یک رنگ، بستگی به رنگ ساخته شده قبلی توسط آن دستگاه دارد. کمترین هزینه برای ساخت سه رنگ سیاه، قرمز و سفید چقدر است؟

هزینه ساخت

رنگ ساخته شده قبلی	رنگ سیاه	قرمز	سفید
هیچ‌کدام	۱۰	۸	۶
سیاه	—	۹	۸
قرمز	۱۳	—	۷
سفید	۱۱	۱۰	—
سیاه و قرمز	—	—	۱۱
سیاه و سفید	—	۱۲	—
قرمز و سفید	۱۴	—	—

$$(1) 29$$

$$(2) 32$$

$$(3) 30$$

$$(4) 27$$

- ۱۳- در کمینه‌سازی تابع $f(x, y) = 4x^2 - 4xy + 2y^2$ با استفاده از روش گرادیان در یک تکرار در صورت شروع از

$$\text{نقطه } (2, 3)^T, \text{ چه میزان تابع هدف بهبود می‌یابد؟}$$

$$(1) 4$$

$$(2) 6$$

$$(3) 8$$

$$(4) 12$$

۱۴- فرض کنید z^* مقدار بهینه مدل زیر است:

$$P \quad \min z = f(x) \\ \text{s.t. } x \in S$$

که در آن $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ می باشد. همچنین فرض کنید w_k^* برای $k = 1, \dots, n-1$ مقادیر بهینه مدل های زیر هستند:

$$L_k \quad \min w_k = x_k \quad L_1 \quad \min w_1 = x_1 \\ (k \geq 2) \text{ s.t. } x \in S \quad \text{s.t. } x \in S \\ f(x) = z^* \quad f(x) = z^* \\ x_1 = w_1^*, \dots, x_{k-1} = w_{k-1}^*$$

آنگاه:

- (۱) هر جواب بهینه مدل P برای همه مدل های L_k بهینه است.
- (۲) هر جواب بهینه مدل P برای همه مدل های L_k لزوماً بهینه نیست.
- (۳) جواب های بهینه مدل های P و L_k با هم هم پوشانی ندارند.
- (۴) هر جواب بهینه مدل P حداقل برای یکی از L_k بهینه است.

۱۵- مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n e_{ij} x_j \leq d_i \quad i = m+1, \dots, q \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

فرض کنید y_i متغیر دوگان نظیر محدودیت $i = 1, \dots, m$ و w_i متغیر دوگان نظیر محدودیت $i = m+1, \dots, q$ باشد. همچنین در نظر بگیرید، x^* یک جواب بهینه برای مدل فوق است و y_i^* و w_i^* جواب های بهینه دوگان متناظر هستند. برای کدام c'_j ، جواب x^* برای مدل زیر بهینه باقی می ماند؟

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^n c'_j x_j \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۲)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* \quad (۱)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* + \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۴)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۳)$$

۱۶- برای داده‌های ۸، ۱۰، ۶، ۸، ۵، ۴، ۳ و ۴، میانگین قدر مطلق انحراف‌ها از میانه کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۲

(۳) $\frac{2}{9}$

(۴) $\frac{5}{9}$

۱۷- ۶ نفر به ترتیب وارد یک اتاق می‌شوند. احتمال اینکه فرد a بعد از فرد b (و نه حتماً بلافاصله) وارد شود، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{6}$

۱۸- از ظرفی شامل ۴ توپ قرمز، ۲ توپ سفید و ۲ توپ آبی، ۴ توپ به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که از هر رنگ حداقل یک توپ انتخاب شود، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{8}$

(۲) $\frac{4}{7}$

(۳) $\frac{1}{32}$

(۴) $\frac{5}{32}$

۱۹- روی ۱۰ کارت اعداد ۱ تا ۱۰ نوشته شده و در یک ردیف و به تصادف چیده می‌شوند. به‌طور متوسط چند کارت حاوی اعداد زوج در جای خود قرار می‌گیرند؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{8}{20}$

(۳) $\frac{9}{20}$

(۴) $\frac{11}{20}$

۲۰- فرض کنید واریانس $X - 2$ مساوی ۵ و متوسط (میانگین) $\frac{1}{4}X + 2$ مساوی ۴ باشد، متوسط $X^2 + X + 1$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۲۴

(۴) ۲۶

- ۲۱- یک پرنده Y تا تخم می‌گذارد. فرض کنید $Y \sim p(\lambda)$ هر تخم با احتمال p به یک جوجه زنده منجر می‌شود. اگر X تا از جوجه‌ها زنده بمانند، میانگین X کدام است؟

(۱) λ

(۲) λp

(۳) $\lambda + p$

(۴) $\frac{\lambda p}{2}$

- ۲۲- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر است. مقدار $E(X)$ کدام است؟

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x}{4} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{x+3}{8} & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , x \geq 3 \end{cases}$$

(۲) $\frac{15}{16}$

(۱) $\frac{7}{16}$

(۴) $\frac{23}{16}$

(۳) $\frac{27}{16}$

- ۲۳- فرض کنید (X, Y) یک متغیر تصادفی نرمال با اطلاعات $X \sim N(10, 12)$ ، $Y \sim N(-5, 5)$ و $\text{cov}(X, Y) = 4$ باشند. مقدار $P(X + Y > 5)$ کدام است؟ ($\Phi(\cdot)$ نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است.)

(۱) $\Phi(0.5)$

(۲) $1 - \Phi(0)$

(۳) $2\Phi(0) - 1$

(۴) $\frac{1}{2}(1 - \Phi(0))$

- ۲۴- فرض کنید متغیرهای تصادفی $X \sim F(60, 1)$ و $Y \sim t(60)$ داده شده‌اند؛ به‌طوری‌که در رابطه زیر صدق می‌کنند.

$$4P\{Y > 2\} = P\{X > 62.79\} = 0.1$$

مقدار $P\{\frac{1}{X} < 4\}$ ، کدام است؟

(۱) ۰.۹۷۵

(۲) ۰.۹۹

(۳) ۰.۹۵

(۴) ۰.۷۵

۲۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $\text{Beta}(\theta, 1)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر

ماکزیمم درست‌نمایی $\frac{1}{\theta}$ ، کدام است؟ $\theta > 0, 0 < x < 1$ ، $F_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$

$$\frac{1}{n} \ln \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{n} \ln \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (۴)$$

۲۶- تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر است. مقدار $p(X + Y \leq 1 | X \leq \frac{1}{4})$ کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2x & , 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

۲۷- فرض کنید $X \sim U(0, \theta)$ باشد. اگر بازه $(0, kX)$ یک بازه اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای θ باشد، مقدار k کدام است؟

$$\frac{1}{\alpha} \quad (۱)$$

$$\alpha \quad (۲)$$

$$\frac{1}{1-\alpha} \quad (۳)$$

$$1-\alpha \quad (۴)$$

۲۸- یافته‌های زیر، خلاصه اطلاعات به دست آمده از دو نمونه تصادفی مستقل از دو جمعیت نرمال با واریانس‌های

یکسان هستند. برای آزمون برابری میانگین‌ها، مقدار آماره آزمون کدام است؟

$$n = ۲۱, \bar{x} = ۳۳, s_1 = ۵$$

$$m = ۳۱, \bar{y} = ۳۵, s_2 = ۴$$

$$\sqrt{\frac{۱۵ \times ۳۱}{۷ \times ۲۶}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{۲۱ \times ۳۱}{۵ \times ۲۶}} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{۱۵ \times ۲۱}{۸ \times ۲۶}} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{۵ \times ۳۱}{۷ \times ۲۶}} \quad (۳)$$

- ۲۹- فرض کنید $X \sim \text{Bin}(\Delta, p)$ باشد. برای آزمون $H_0: p = \frac{1}{3}$ در مقابل $H_1: p = \frac{2}{3}$ ، اگر ناحیه بحرانی به فرم $X \geq k$ و $x = 4$ مشاهده شود، $-p$ مقدار (p-value) آزمون کدام است؟

$$\frac{11}{81} \quad (1)$$

$$\frac{32}{81} \quad (2)$$

$$\frac{11}{243} \quad (3)$$

$$\frac{32}{243} \quad (4)$$

- ۳۰- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, 2, \dots, 10$ ، مقدار آمارة آزمون از جدول آنالیز واریانس مدل برابر ۴ به دست آمده است. ضریب تعیین کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{4} \quad (4)$$

- ۳۱- ۵ نقطه تقاضا با وزن یکسان در شهر وجود دارد. می خواهیم یک مکان سرویس برای امداد جابایی کنیم. (با فرض فاصله مختصاتی) مکان بهینه کدام است؟ در صورتی که مختصات نقاط تقاضا به صورت زیر باشد:

$$\begin{cases} p_1 = (3, 2) & w_1 = 1 \\ p_2 = (6, 2) & w_2 = 1 \\ p_3 = (4, 4) & w_3 = 1 \\ p_4 = (8, 1) & w_4 = 1 \\ p_5 = (5, 7) & w_5 = 1 \end{cases}$$

- (۲) جواب مسئله یک سطح مربع یا مستطیل است.
(۴) جواب مسئله یک نقطه است.

- (۱) جواب مسئله یک پاره خط است.
(۳) جواب مسئله یک خط است.

۳۲- قرار است ۳ تسهیل جدید که با یکدیگر در ارتباطند بین تسهیلات موجود مستقر شوند. اگر x بیانگر محل قرارگیری مختصه x تسهیل جدید j ام باشد و تابع هدف مسئله با در نظر گرفتن فاصله متعامد به صورت زیر نوشته شود:

$$F(x_1, x_2, x_3) = 5|x_1| + 3|x_1 - 4| + |x_2 - 3| + 6|x_2 - 6| + 2|x_2 - 10| \\ + 2|x_3| + 3|x_3 - 10| + 4|x_1 - x_2| + 3|x_2 - x_3|$$

در صورتی که مختصه x تسهیلات جدید ۱ و ۳ به ترتیب بر روی ۳ و ۴ قرار گیرد $(x_1 = 3, x_3 = 4)$ ، آنگاه مقدار بهینه x_2 کدام گزینه است؟

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) ۸

(۴) ۱۰

۳۳- تابع هدف و محدودیت‌های مدل ریاضی **ABSMODEL I** که به منظور فرموله کردن مسئله طراحی استقرار تک ردیفه استفاده می‌شود، به صورت زیر است:

$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} f_{ij} |x_i - x_j|$$

$$\text{s.t.: } |x_i - x_j| \geq \alpha(l_i + l_j) + d_{ij}, \forall i = 1, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$$

در یک مسئله‌ای با n تسهیل جدید، حداکثر تعداد متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های مسئله **LMIP I** کدام گزینه است؟

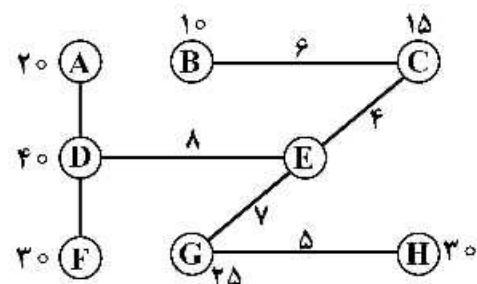
$$\binom{n}{2}, n \quad (1)$$

$$\binom{n}{2}, (n+2)\binom{n}{2} \quad (2)$$

$$2\binom{n}{2}, n + \binom{n}{2} \quad (3)$$

$$3\binom{n}{2}, (n+3)\binom{n}{2} \quad (4)$$

۳۴- در شبکه داده شده زیر، تقاضای گره **E** چند درصد تقاضای گره **D** باشد تا مسئله **median-1**، جواب بهینه چندگانه داشته باشد؟



(۱) ۱۰٪

(۲) ۲۵٪

(۳) ۵۰٪

(۴) ۱۰۰٪

۳۵- چنانچه در یک مسئله پوشش کامل مجموعه، ماتریس ضرایب به صورت زیر باشد، آنگاه با اعمال قواعد کاهش سطر و ستون جهت ساده سازی و حل مدل، ماتریس کاهش یافته چند در چند خواهد بود؟

	A	B	C	D	E	F
A	۱	۱	۱	۱	۰	۰
B	۱	۱	۱	۱	۱	۰
C	۱	۱	۱	۰	۱	۱
D	۱	۱	۰	۱	۱	۱
E	۰	۱	۱	۱	۱	۱
F	۰	۰	۱	۱	۱	۱

۵×۵ (۴)

۴×۴ (۳)

۳×۳ (۲)

۲×۲ (۱)

۳۶- با یک مدل جابه جایی تکی در حالت مجذور فاصله مستقیم (مجذور فاصله اقلیدسی) روبه رو هستیم. محل بهینه استقرار ماشین جدید $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$ به دست آمده است. با توجه به وزن برابر بین ماشین جدید و ۳ ماشین موجود، x_3 و y_3 برابر با کدام یک از گزینه های زیر است؟ اگر ۳ ماشین موجود در نقاط:

$$P_1 = (2, 4), P_2 = (x_2, 4), P_3 = (2, y_3)$$

مستقر باشند.

$$y_3 = 1, x_3 = 1 \quad (2)$$

$$y_3 = 0, x_3 = 0 \quad (1)$$

$$y_3 = 4, x_3 = 2 \quad (4)$$

$$y_3 = 0, x_3 = \frac{1}{3} \quad (3)$$

۳۷- به ترتیب با و بدون در نظر گرفتن خاصیت حکیمی (بهینگی بر روی گره) در حل یک مسئله میانه با ۳ تسهیل (3-median) بر روی شبکه ای متشکل از ۲۰ یال و ۱۰ گره، تعداد کل جواب های بالقوه جهت جابجایی تسهیلات برابر کدام است؟

$$۱۲۰ \text{ و } ۷۲۰ \quad (2)$$

$$۷۲۰ \text{ و } ۱۲۰ \quad (1)$$

$$۱۲۰ \text{ بی نهایت و } ۱۲۰ \quad (4)$$

$$۱۲۰ \text{ بی نهایت} \quad (3)$$

۳۸- چنانچه فرمولاسیون ریاضی مسئله پوشش مجموعه به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} \min \sum_{j \in J} y_j \\ \text{s.t.: } \sum_{j \in J} a_{ij} y_j \geq 1 \quad \forall i \in I \\ y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \end{aligned}$$

دو ستون ۱ و ۲ را در نظر بگیریم که در آن به ازای کلیه مقادیر $i \in I$ داشته باشیم $a_{i1} \leq a_{i2}$ و برای حداقل یکی از آن ها رابطه $a_{i1} < a_{i2}$ برقرار باشد. همچنین دو محدودیت m و n را داشته باشیم به نحوی که به ازای کلیه نقاط $j \in J$ رابطه $a_{mj} \leq a_{nj}$ برقرار باشد و برای حداقل یکی از نقاط $j \in J$ ، $a_{mj} < a_{nj}$ باشد. آنگاه کدام یک از محدودیت ها را می توان حذف نمود و مقدار کدام یک از متغیرهای تصمیم در جواب بهینه برابر صفر خواهد شد؟

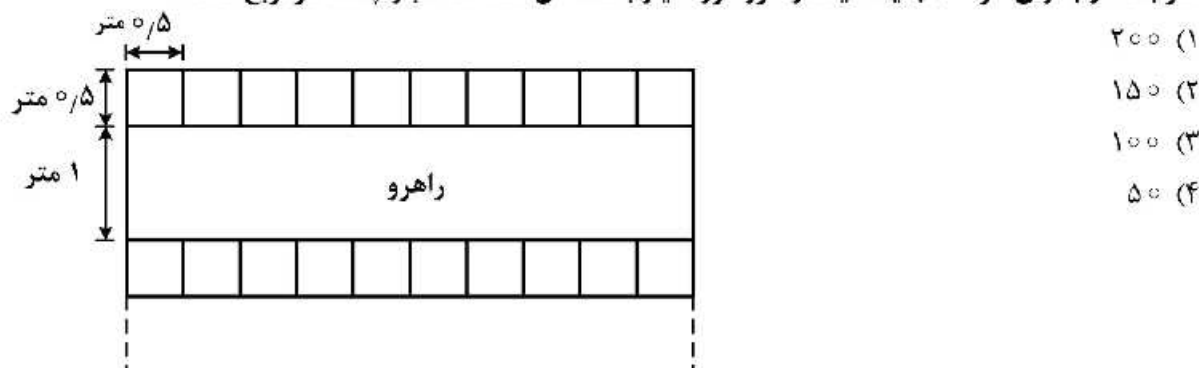
$$y_1 \text{ محدودیت } m \text{ و متغیر } y_1 \quad (2)$$

$$y_k \text{ محدودیت } m \text{ و متغیر } y_k \quad (1)$$

$$y_1 \text{ محدودیت } n \text{ و متغیر } y_1 \quad (4)$$

$$y_k \text{ محدودیت } n \text{ و متغیر } y_k \quad (3)$$

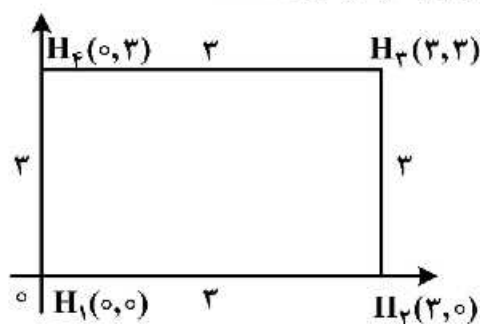
۳۹- قرار است ۴۸۰۰۰ عدد لیوان (حداکثر مقدار موجودی) در کارتن‌هایی با ظرفیت ۴۸ عدد در انباری مطابق شکل زیر نگهداری شود. اگر بتوان هر ۵ کارتن را روی هم چید و مساحت هر کارتن $۰/۵ \times ۰/۵$ متر و عرض راهروها یک متر باشد و به‌ازای هر ۱۰ جایگاه یک راهرو مورد نیاز باشد، کل مساحت انبار چند مترمربع است؟



۴۰- یک ناحیه جغرافیایی متشکل از ۶ مرکز جمعیتی مفروض است که در شکل زیر راه‌های ارتباطی آن‌ها به همراه فواصل بین‌شان داده شده است. هدف پوشش‌دهی به کلیه نقاط تقاضا با توجه به فاصله پوشش ۱۵ واحدی است. در صورتی که فاصله پوشش ۳۰٪ کاهش یابد، تعداد تسهیلات مورد نیاز چند درصد افزایش خواهد یافت؟



۴۱- در رأس یک مربع به طول ۳ متر چهار ماشین موجود در نقاط H_1 الی H_4 مستقرند. چنانچه ماشین جدیدی بین ماشین‌های موجود با دو مدل مجذور فاصله مستقیم و مدل خطی شکسته (متعامد) جایابی شود، نقطه بهینه کدام است؟ شدت جاذبه (وزن) بین ماشین‌های موجود با ماشین جدید به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ و ۴ است.



(۱) مجذور $(x^* = 1/5, y^* = 2/1)$ و خطی شکسته $(x^* = [0, 3], y^* = 3)$ است.

(۲) با توجه به شرایط مسئله در هر دو حالت برابر با $(x^* = 1/5, y^* = 1/5)$ است.

(۳) مجذور $(x^* = 3, y^* = 3)$ و خطی شکسته $(x^* = [0, 1/5], y^* = 3)$ است.

(۴) مجذور $(x^* = 3, y^* = 2/1)$ و خطی شکسته $(x^* = [0, 1/5], y^* = 1/5)$ است.

۴۲- شش منطقه جمعیتی در مکان‌های $P_1(9, 18)$, $P_2(9, 13)$, $P_3(14, 15)$, $P_4(15, 15)$, $P_5(10, 7)$ و $P_6(16, 6)$ استقرار دارند. هر ۶ نقطه جمعیتی از اهمیت یکسانی برخوردارند. قرار است یک واحد آتش‌نشانی این ۶ منطقه را پوشش دهد. اگر فاصله متعامد در نظر گرفته شود، برای این که مجموعه تراز $S(k)$ وجود داشته باشد (غیر تهی شود) حداقل مقدار k کدام است؟

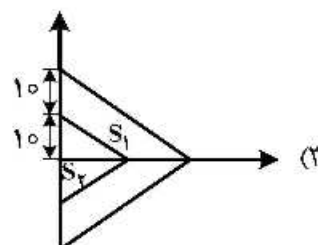
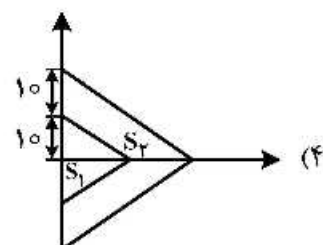
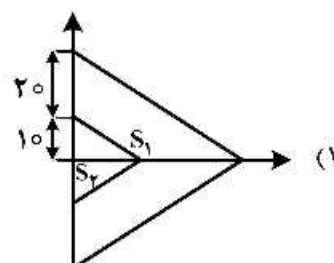
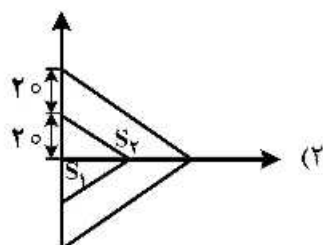
(۱) ۶/۵

(۲) ۸

(۳) ۹/۵

(۴) ۱۰

۴۳- چیدمان انباری ناحیه L از اجتماع ربع اول و چهارم دستگاه مختصات به دست آمده و یک بارانداز در مبدأ دارد. قرار است دو قلم کالا با مساحت $A_1 = 100$ و $A_2 = 300$ انبارش شوند. اگر $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ و انبارش کالاها به صورت پیوسته انجام شود، نحوه چیدمان بهینه، کدام است؟ (فواصل متعامد در نظر گرفته شود)



۴۴- تسهیلات P_i ($i = 1, \dots, 10$, $w_i = i$) در سطح کارگاهی مستقر شده‌اند. نقطه \bar{P} به عنوان نقطه‌ای است که از روش مرکز ثقل به عنوان مکان بهینه برای قرارگیری تسهیل جدید در میان تسهیلات موجود تعیین شده است. چنانچه از نقطه \bar{P} با شیب $\frac{2}{3}$ به سمت بالا حرکت داشته باشیم و سایه این حرکت بر روی محور x ‌ها برابر ۱۵ واحد باشد، چه میزان تغییر در مقدار تابع هدف خواهیم داشت؟

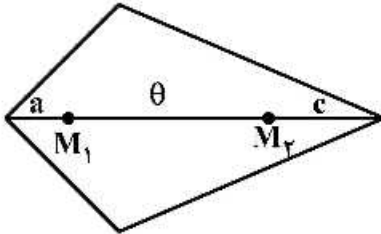
(۱) ۱۷۵۷۸

(۲) ۱۷۸۷۵

(۳) ۱۸۷۵۵

(۴) ۱۸۷۸۵

۴۵- فرض کنید تحت شرایط فاصله متعامد، دو تسهیل M_1 و M_2 در یک راستا و در فاصله θ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. وزن تسهیل M_1 بیشتر از M_2 بوده و اختلاف اوزان این تسهیلات برابر Δ فرض می‌شود. با توجه به شکل زیر که مبین خط تراز به‌ازای هزینه Z_0 می‌باشد، کدام گزینه صحیح است؟



$$(w_1 - w_2)(a - c) = \Delta\theta \quad (1)$$

$$(w_1 + w_2)(a - c) = (w_1 + w_2)\theta \quad (2)$$

$$(w_1 - w_2) + (w_1 - w_2)c = \Delta\theta \quad (3)$$

$$(w_1 + w_2)a - (w_1 + w_2)c = \Delta\theta \quad (4)$$

مقادیر بحرانی توزیع مربع کای																
df	.995	.990	.975	.950	.925	.905	.885	.865	.845	.825	.805	.785	.765	.745	.725	.705
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	0.0106	0.0201	0.0300	0.0400	0.0500	0.0600	0.0700	0.0800	0.0900	0.1000	0.1100	0.1200
2	0.010	0.020	0.050	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	1.000	1.100	1.200	1.300
3	0.071	0.114	0.216	0.352	0.584	0.816	1.064	1.327	1.601	1.880	2.167	2.461	2.761	3.066	3.379	3.691
4	0.206	0.297	0.484	0.710	1.064	1.486	1.983	2.501	3.038	3.597	4.168	4.751	5.346	5.951	6.566	7.181
5	0.411	0.554	0.831	1.145	1.675	2.204	2.750	3.312	3.891	4.476	5.067	5.664	6.266	6.871	7.481	8.091
6	0.675	0.872	1.237	1.635	2.204	2.750	3.312	3.891	4.476	5.067	5.664	6.266	6.871	7.481	8.091	8.696
7	0.989	1.239	1.689	2.167	2.750	3.312	3.891	4.476	5.067	5.664	6.266	6.871	7.481	8.091	8.696	9.296
8	1.344	1.646	2.179	2.732	3.312	3.891	4.476	5.067	5.664	6.266	6.871	7.481	8.091	8.696	9.296	9.896
9	1.734	2.087	2.700	3.251	3.831	4.411	4.991	5.571	6.151	6.731	7.311	7.891	8.471	9.051	9.631	10.211
10	2.155	2.552	3.246	3.797	4.377	4.957	5.537	6.117	6.697	7.277	7.857	8.437	9.017	9.597	10.177	10.757
11	2.603	3.053	3.817	4.368	4.948	5.528	6.108	6.688	7.268	7.848	8.428	9.008	9.588	10.168	10.748	11.328
12	3.073	3.570	4.407	4.958	5.538	6.118	6.698	7.278	7.858	8.438	9.018	9.598	10.178	10.758	11.338	11.918
13	3.565	4.106	5.008	5.559	6.139	6.719	7.299	7.879	8.459	9.039	9.619	10.199	10.779	11.359	11.939	12.519
14	4.074	4.660	5.628	6.179	6.759	7.339	7.919	8.499	9.079	9.659	10.239	10.819	11.399	11.979	12.559	13.139
15	4.600	5.229	6.262	6.813	7.393	7.973	8.553	9.133	9.713	10.293	10.873	11.453	12.033	12.613	13.193	13.773
16	5.142	5.822	6.907	7.458	8.038	8.618	9.198	9.778	10.358	10.938	11.518	12.098	12.678	13.258	13.838	14.418
17	5.697	6.407	7.564	8.115	8.695	9.275	9.855	10.435	11.015	11.595	12.175	12.755	13.335	13.915	14.495	15.075
18	6.264	7.019	8.230	8.781	9.361	9.941	10.521	11.101	11.681	12.261	12.841	13.421	14.001	14.581	15.161	15.741
19	6.843	7.637	8.906	9.457	10.037	10.617	11.197	11.777	12.357	12.937	13.517	14.097	14.677	15.257	15.837	16.417
20	7.433	8.292	9.607	10.158	10.738	11.318	11.898	12.478	13.058	13.638	14.218	14.798	15.378	15.958	16.538	17.118
21	8.033	8.972	10.322	10.873	11.453	12.033	12.613	13.193	13.773	14.353	14.933	15.513	16.093	16.673	17.253	17.833
22	8.642	9.542	10.942	11.493	12.073	12.653	13.233	13.813	14.393	14.973	15.553	16.133	16.713	17.293	17.873	18.453
23	9.260	10.195	11.648	12.199	12.779	13.359	13.939	14.519	15.099	15.679	16.259	16.839	17.419	17.999	18.579	19.159
24	9.886	10.856	12.341	12.892	13.472	14.052	14.632	15.212	15.792	16.372	16.952	17.532	18.112	18.692	19.272	19.852
25	10.52	11.523	13.043	13.594	14.174	14.754	15.334	15.914	16.494	17.074	17.654	18.234	18.814	19.394	19.974	20.554
26	11.16	12.198	13.743	14.294	14.874	15.454	16.034	16.614	17.194	17.774	18.354	18.934	19.514	20.094	20.674	21.254
27	11.80	12.878	14.443	14.994	15.574	16.154	16.734	17.314	17.894	18.474	19.054	19.634	20.214	20.794	21.374	21.954
28	12.46	13.564	15.107	15.658	16.238	16.818	17.398	17.978	18.558	19.138	19.718	20.298	20.878	21.458	22.038	22.618
29	13.12	14.256	15.767	16.318	16.898	17.478	18.058	18.638	19.218	19.798	20.378	20.958	21.538	22.118	22.698	23.278
30	13.78	14.953	16.427	16.978	17.558	18.138	18.718	19.298	19.878	20.458	21.038	21.618	22.198	22.778	23.358	23.938

مقادیر بحرانی توزیع t																
df	.10	.05	.025	.01	.005											
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66											
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925											
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841											
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604											
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032											
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707											
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499											
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355											
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250											
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169											
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106											
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055											
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012											
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977											
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947											
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921											
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898											
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878											
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861											
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845											
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831											
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819											
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807											
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797											
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787											
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779											
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771											
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763											
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756											

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد																
z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09						
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359						
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753						
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141						
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517						
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879						
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224						
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549						
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852						
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133						
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389						
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621						
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830						
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015						
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177						
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319						
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441						
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545						
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633						
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706						
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767						
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817						
2.1	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9849	9853	9857	9860						
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890						
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916						
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936						
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952						
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964						
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974						
2.8	9974	9975	9976	9977	9978	9979	9979	9979	9980	9981						
2.9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986						
3.0	9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990						
3.1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993						
3.2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995						
3.3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997						
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998						