

527F

کد کنترل

527

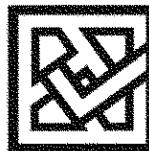
F

## آزمون (نیمه‌تم مرکز) ورود به دوره‌های دکتری – سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنجشنبه

۱۴۰۱/۱۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

### مهندسی صنایع (کد ۵۰۲۳)

زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: – تحقیق در عملیات (۱و۲) – تئوری احتمالات و آمار مهندسی – طراحی سیستم‌های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مخلفین برای عقوبات و قار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سوالات و پایین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (تحقیق در عملیات (۱و۲) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی - طراحی سیستم های صنعتی):

۱- یک ماتریس  $n \times n$  است که در رابطه  $A^3 - 4A^2 + 3A - 5I = 0$  صدق می کند.

اگر  $\alpha A^3 + \beta A^2 + \gamma A + \delta I$  کدام است؟

۱) ۴

۰/۲

۲) صفر

-۲

چند گزاره در مورد تابع زیر صادق است؟

$$f(x,y,z) = \frac{1}{2}x^2 - xy + y^2 - xz + z^2 - x + 3$$

- تابع دو نقطه بحرانی دارد.

- تابع نقطه بیشینه محلی ندارد.

- یک نقطه زین اسپی دارد.

۳) صفر

۲) ۲

۴) ۱

۳- مدل بهینه سازی و بخشی از درخت حل آن به روش شاخه و کران در آنها داده شده است.

$$\max z = x_1 + 2x_2 - x_3$$

$$\text{s.t.: } 5x_1 + 8x_2 \leq 60$$

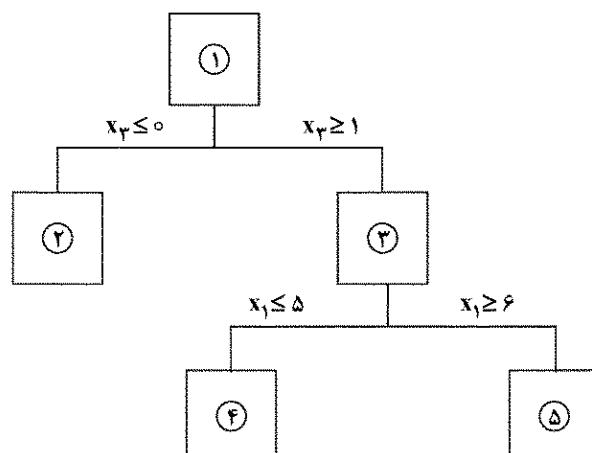
$$x_1 - 4x_3 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_3 = 0$$

صحیح و



کدام گره مرتبط با جدول سیمپلکس زیر است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	
$x_3$	0	0	1	$\frac{1}{40}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{5}$	0	
$x_1$	1	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$-\frac{8}{5}$	0	
$x_2$	0	1	0	0	0	1	0	
$x_7$	0	0	0	$-\frac{1}{40}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	1	

-۴ برای خطی سازی محدودیت زیر

$$XYZ = 0$$

حداقل چه تعداد متغیر و محدودیت نیاز است؟ X, Y و Z متغیرهای عدد صحیح با مقادیر کوچکتر از ۱۰ هستند (محدودیتهای نامنفی بودن این متغیرها در حال حاضر موجود هستند).

۶ (۲)

۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

-۵ فاصله دورترین نقطه روی بیضی  $x^2 + 8xy + 5y^2 = 1$  از مبدأ مختصات کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{18}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

۳ (۳)

۱ (۴)

-۶ تعداد تکرارهای لازم برای یافتن مقدار شهینه تابع هدف مدل بهینه سازی زیر از روش سیمپلکس دوگان کدام است؟

$$\min z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4$$

$$\text{s.t.: } x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \geq 10$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 \geq 6$$

$$3x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4 \geq 15$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

-۷ چه تعداد از مجموعه های مشخص شده در زیر، زیرفضای خطی برای  $\mathbb{R}^3$  هستند؟

۱)  $x + y - z = 4$

۲)  $\frac{x-y}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$

۳)  $x + y + z = 0, x - y + z = 1$

۴)  $x = -z, x = z$

۵)  $x^2 + y^2 = z$

۱) صفر

۲

۳ (۳)

۴ (۴)

-۸ دو مجموعه زیر را برای  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  در نظر بگیرید.

$$S_\alpha = \{x \in \mathbb{R}^n : f(x) \leq \alpha\}, \alpha \in \mathbb{R}$$

$$H = \{(x, t) \in \mathbb{R}^{n+1} : f(x) \leq t\}$$

چه تعداد از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

الف) اگر  $f$  محدب باشد، آنگاه  $H$  محدب است.

ب) به ازای همه  $\alpha \in \mathbb{R}$  اگر  $S_\alpha$  محدب باشد، آنگاه  $f$  محدب است.

ج) اگر  $H$  محدب باشد، آنگاه  $f$  محدب است.

د) اگر  $f$  محدب باشد، به ازای همه  $S_\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$  محدب است.

۲ (۲)

۴ (۴)

۱ (۱)

۳ (۳)

۵ (۵)

۶ (۶)

۷ (۷)

۸ (۸)

۹ (۹)

۱۰ (۱۰)

۱۱ (۱۱)

۱۲ (۱۲)

۱۳ (۱۳)

۱۴ (۱۴)

۱۵ (۱۵)

۱۶ (۱۶)

۱۷ (۱۷)

۱۸ (۱۸)

۱۹ (۱۹)

۲۰ (۲۰)

۲۱ (۲۱)

۲۲ (۲۲)

۲۳ (۲۳)

۲۴ (۲۴)

۲۵ (۲۵)

۲۶ (۲۶)

۲۷ (۲۷)

۲۸ (۲۸)

۲۹ (۲۹)

۳۰ (۳۰)

۳۱ (۳۱)

۳۲ (۳۲)

۳۳ (۳۳)

۳۴ (۳۴)

۳۵ (۳۵)

۳۶ (۳۶)

۳۷ (۳۷)

۳۸ (۳۸)

۳۹ (۳۹)

۴۰ (۴۰)

۴۱ (۴۱)

۴۲ (۴۲)

۴۳ (۴۳)

۴۴ (۴۴)

۴۵ (۴۵)

۴۶ (۴۶)

۴۷ (۴۷)

۴۸ (۴۸)

۴۹ (۴۹)

۵۰ (۵۰)

۵۱ (۵۱)

۵۲ (۵۲)

۵۳ (۵۳)

۵۴ (۵۴)

۵۵ (۵۵)

۵۶ (۵۶)

۵۷ (۵۷)

۵۸ (۵۸)

۵۹ (۵۹)

۶۰ (۶۰)

۶۱ (۶۱)

۶۲ (۶۲)

۶۳ (۶۳)

۶۴ (۶۴)

۶۵ (۶۵)

۶۶ (۶۶)

۶۷ (۶۷)

۶۸ (۶۸)

۶۹ (۶۹)

۷۰ (۷۰)

۷۱ (۷۱)

۷۲ (۷۲)

۷۳ (۷۳)

۷۴ (۷۴)

۷۵ (۷۵)

۷۶ (۷۶)

۷۷ (۷۷)

۷۸ (۷۸)

۷۹ (۷۹)

۸۰ (۸۰)

۸۱ (۸۱)

۸۲ (۸۲)

۸۳ (۸۳)

۸۴ (۸۴)

۸۵ (۸۵)

۸۶ (۸۶)

۸۷ (۸۷)

۸۸ (۸۸)

۸۹ (۸۹)

۹۰ (۹۰)

۹۱ (۹۱)

۹۲ (۹۲)

۹۳ (۹۳)

۹۴ (۹۴)

۹۵ (۹۵)

۹۶ (۹۶)

۹۷ (۹۷)

۹۸ (۹۸)

۹۹ (۹۹)

۱۰۰ (۱۰۰)

۱۰۱ (۱۰۱)

۱۰۲ (۱۰۲)

۱۰۳ (۱۰۳)

۱۰۴ (۱۰۴)

۱۰۵ (۱۰۵)

۱۰۶ (۱۰۶)

۱۰۷ (۱۰۷)

۱۰۸ (۱۰۸)

۱۰۹ (۱۰۹)

۱۱۰ (۱۱۰)

۱۱۱ (۱۱۱)

۱۱۲ (۱۱۲)

۱۱۳ (۱۱۳)

۱۱۴ (۱۱۴)

۱۱۵ (۱۱۵)

۱۱۶ (۱۱۶)

۱۱۷ (۱۱۷)

۱۱۸ (۱۱۸)

۱۱۹ (۱۱۹)

۱۲۰ (۱۲۰)

۱۲۱ (۱۲۱)

۱۲۲ (۱۲۲)

۱۲۳ (۱۲۳)

۱۲۴ (۱۲۴)

۱۲۵ (۱۲۵)

۱۲۶ (۱۲۶)

۱۲۷ (۱۲۷)

۱۲۸ (۱۲۸)

۱۲۹ (۱۲۹)

۱۳۰ (۱۳۰)

۱۳۱ (۱۳۱)

۱۳۲ (۱۳۲)

۱۳۳ (۱۳۳)

۱۳۴ (۱۳۴)

۱۳۵ (۱۳۵)

۱۳۶ (۱۳۶)

۱۳۷ (۱۳۷)

۱۳۸ (۱۳۸)

۱۳۹ (۱۳۹)

۱۴۰ (۱۴۰)

۱۴۱ (۱۴۱)

۱۴۲ (۱۴۲)

۱۴۳ (۱۴۳)

۱۴۴ (۱۴۴)

۱۴۵ (۱۴۵)

۱۴۶ (۱۴۶)

۱۴۷ (۱۴۷)

۱۴۸ (۱۴۸)

۱۴۹ (۱۴۹)

۱۵۰ (۱۵۰)

۱۵۱ (۱۵۱)

۱۵۲ (۱۵۲)

۱۵۳ (۱۵۳)

۱۵۴ (۱۵۴)

۱۵۵ (۱۵۵)

۱۵۶ (۱۵۶)

۱۵۷ (۱۵۷)

۱۵۸ (۱۵۸)

۱۵۹ (۱۵۹)

۱۶۰ (۱۶۰)

۱۶۱ (۱۶۱)

۱۶۲ (۱۶۲)

۱۶۳ (۱۶۳)

۱۶۴ (۱۶۴)

۱۶۵ (۱۶۵)

۱۶۶ (۱۶۶)

۱۶۷ (۱۶۷)

۱۶۸ (۱۶۸)

۱۶۹ (۱۶۹)

۱۷۰ (۱۷۰)

۱۷۱ (۱۷۱)

۱۷۲ (۱۷۲)

۱۷۳ (۱۷۳)

۱۷۴ (۱۷۴)

۱۷۵ (۱۷۵)

۱۷۶ (۱۷۶)

۱۷۷ (۱۷۷)

۱۷۸ (۱۷۸)

۱۷۹ (۱۷۹)

۱۸۰ (۱۸۰)

۱۸۱ (۱۸۱)

۱۸۲ (۱۸۲)

۱۸۳ (۱۸۳)

۱۸۴ (۱۸۴)

۱۸۵ (۱۸۵)

۱۸۶ (۱۸۶)

۱۸۷ (۱۸۷)

۱۸۸ (۱۸۸)

۱۸۹ (۱۸۹)

۱۹۰ (۱۹۰)

۱۹۱ (۱۹۱)

۱۹۲ (۱۹۲)

۱۹۳ (۱۹۳)

۱۹۴ (۱۹۴)

۱۹۵ (۱۹۵)

۱۹۶ (۱۹۶)

۱۹۷ (۱۹۷)

۱۹۸ (۱۹۸)

۱۹۹ (۱۹۹)

۲۰۰ (۲۰۰)

۲۰۱ (۲۰۱)

۲۰۲ (۲۰۲)

۲۰۳ (۲۰۳)

۲۰۴ (۲۰۴)

۲۰۵ (۲۰۵)

۲۰۶ (۲۰۶)

۲۰۷ (۲۰۷)

۲۰۸ (۲۰۸)

۲۰۹ (۲۰۹)

۲۱۰ (۲۱۰)

۲۱۱ (۲۱۱)

۲۱۲ (۲۱۲)

۲۱۳ (۲۱۳)

۲۱۴ (۲۱۴)

۲۱۵ (۲۱۵)

۲۱۶ (۲۱۶)

۲۱۷ (۲۱۷)

۲۱۸ (۲۱۸)

۲۱۹ (۲۱۹)

۲۲۰ (۲۲۰)

۲۲۱ (۲۲۱)

۲۲۲ (۲۲۲)

۲۲۳ (۲۲۳)

۲۲۴ (۲۲۴)

۲۲۵ (۲۲۵)

۲۲۶ (۲۲۶)

۲۲۷ (۲۲۷)

۲۲۸ (۲۲۸)

۲۲۹ (۲۲۹)

۲۳۰ (۲۳۰)

۲۳۱ (۲۳۱)

۲۳۲ (۲۳۲)

۲۳۳ (۲۳۳)

۲۳۴ (۲۳۴)

۲۳۵ (۲۳۵)

۲۳۶ (۲۳۶)

۲۳۷ (۲۳۷)

۲۳۸ (۲۳۸)

۲۳۹ (۲۳۹)

۲۴۰ (۲۴۰)

۲۴۱ (۲۴۱)

۲۴۲ (۲۴۲)

۲۴۳ (۲۴۳)

۲۴۴ (۲۴۴)

۲۴۵ (۲۴۵)

۲۴۶ (۲۴۶)

۲۴۷ (۲۴۷)

- ۱۱ در جواب بهینه غیرتابه‌یده مدل زیر،  $x_1$ ،  $x_2$  و  $x_3$  متغیرهای پایه‌ای هستند ( $s_1$  و  $s_3$  به ترتیب متغیرهای لقی محدودیت‌های اول و سوم هستند). کدام مورد نمی‌تواند برقرار باشد (همه ضرایب ماتریس مثبت هستند)؟

$$\begin{aligned} \text{max } z &= c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 \\ \text{s.t.: } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &\geq b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &\leq b_3 \\ x_1, \quad x_2, \quad x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$a_{22}c_2 > a_{23}c_3 \quad (1)$$

$$\frac{c_3}{a_{23}} < \frac{c_1}{a_{21}} \quad (2)$$

$$\frac{a_{13}}{a_{23}} < \frac{b_1}{b_2} \quad (3)$$

-۱۲ جواب بهینه مدل زیر باشد، مقدار  $x_1^* + x_2^* + x_3^*$  کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{max } z &= 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 \\ \text{s.t.: } 8x_1 + 6x_2 + x_3 &\leq 48 \\ 4x_1 + 2x_2 + 1/5x_3 &\leq 20 \\ 2x_1 + 1/5x_2 + 0/5x_3 &\leq 8 \\ x_2 &\leq 5 \\ x_1, \quad x_2, \quad x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

۸ (۱)

۱۲ (۳)

- ۱۳ در صورت حل مسئله حمل و نقل زیر توسط سیمپلکس با آغاز از نقطه حاصل از روش شمال غربی، بعد از یک مرحله چه میزانتابع هدف بینود می‌یابد؟

۸	۶	۱۰	۹	۳۵
۹	۱۲	۱۴	۷	۵۰
۱۴	۸	۱۶	۵	۴۰
۴۵	۲۰	۳۰	۳۰	

۲۰ (۱)

۴۰ (۲)

۶۰ (۳)

۸۰ (۴)

- ۱۴ در صورت حل مدل عدد صحیح زیر با استفاده از روش صفحات برشی گومری، حداقل چه تعداد برش لازم است تا جواب بهینه حاصل شود؟

$$\begin{aligned} \text{max } z &= 8x_1 + 5x_2 \\ \text{s.t.: } x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 9x_1 + 5x_2 &\leq 45 \\ x_1, \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

۲ (۲)

۴ صفر

۱ (۱)

۳ (۳)

- ۱۵- به دنبال برنامه ریزی تولید یک کالای فصلی و لوکس در دو ماه ۱ و ۲ به منظور بیشینه سازی ارزش انتظاری سود هستیم. هزینه تولید هر واحد از این کالا ۱۰۰۰ واحد، قیمت فروش آن ۲۰۰۰ واحد، هزینه نگهداری ماهانه آن ۱۰۰ و هزینه اسقاطی آن ۵۰۰ واحد در ابتدای ماه سوم (در صورت عدم فروش در دو ماه اول) است. ظرفیت تولید در هر ماه ۲ عدد است. زمان مورد نیاز برای تولید نسبت به کل ماه ناچیز است و می‌تواند تقاضای هر ماه را اول آن ماه تأمین کرد (بنابراین جمع میزان تولید در هر ماه و موجودی اولیه آن ماه از ۳ بیشتر نمی‌شود). توزیع تقاضای ماهانه برای این کالا به صورت زیر است:

تقاضا	۰	۱	۲	۳
احتمال	۰,۲۵	۰,۴	۰,۲	۰,۱۵

- فرض کنید  $I_1, I_2$  و  $I_3$  موجودی در اول ماههای ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب نشان دهند. مسئله فوق با روش برنامه ریزی پویا حل شده است و جداول زیر مشخص شده‌اند. مقدار  $x$  کدام است؟

$I_3$	عایدی	تولید	$I_2$	عایدی	تولید	$I_1$	عایدی	تولید
۰	۰	-	۰	۶۰۰	۱	۰	$x$	$y$
۱	۵۰۰	-	۱	۱۶۰۰	۰			
۲	۱۰۰۰	-	۲	۲۵۶۰	۰			
۳	۱۵۰۰	-	۳	۳۲۰۰	۰			

- ۱۶- متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع چگالی احتمال به صورت  $f_X(x) = \begin{cases} xe^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$  است. تابع چگالی احتمال

متغیر تصادفی  $Y = X^2$  کدام است؟

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2e^{-y} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-y} & y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} ye^{-y} & y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases} \quad (4)$$

۱۷- تابع احتمال توانمتغیرهای تصادفی  $X_1$  و  $X_2$  به صورت

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \begin{cases} \binom{x_1}{x_2} \left(\frac{1}{2}\right)^{x_1} \left(\frac{1}{15}\right), & x_1 = 0, 1, \dots, 5 \\ 0, & \text{و.و. } x_2 = 0, 1, \dots, x_1 \end{cases}$$

$\frac{5}{11}$  (۱)

$\frac{6}{11}$  (۲)

$\frac{11}{6}$  (۳)

$\frac{5}{6}$  (۴)

$\frac{1}{6}$  (۵)

۱۸- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی نرمال استاندار با ضریب همبستگی  $\frac{1}{4}$  باشند. واریانس  $\sum X_i$

کدام است؟

$\frac{1}{4}(n-1)$  (۱)

$\frac{1}{4}n(n+1)$  (۲)

$\frac{1}{4}(5n-1)$  (۳)

$\frac{1}{4}n(n+3)$  (۴)

۱۹- کارخانه‌های A و B تولیدکننده محصولی با دو ویژگی صنعتی مستقل هستند. هر محصول از این دو کارخانه با احتمالات به ترتیب  $0.05$  و  $0.01$  این ویژگی‌ها را معیوب تولید می‌کنند. احتمالات تهیه محصول از این دو کارخانه به ترتیب  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{4}{5}$  است. محصولی خریداری می‌شود که ویژگی صنعتی اول آن معیوب است، احتمال آنکه ویژگی دوم آن هم معیوب باشد، کدام است؟

$0.048$  (۱)

$0.032$  (۲)

$0.028$  (۳)

$0.015$  (۴)

- ۲۰- یک نقطه به تصادف در داخل مربعی به رئوس  $(0,0)$ ,  $(1,0)$ ,  $(1,1)$  و  $(0,1)$  انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم این نقطه در داخل مثلث محدود به خطوط  $y = 0$ ,  $x + y = 1$  و  $x = \frac{1}{2}$  است، احتمال اینکه این نقطه در

داخل مثلث محدود به خطوط  $y = 0$ ,  $x = \frac{1}{2}$  و  $y = 1 - x$  باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

- ۲۱- در شهری  $\mathbb{S}$  پارک وجود دارد. همکلاسی با هم قرار می‌گذارد که در زمان مشخصی یکی از پارک‌ها را به تصادف انتخاب کند و به آنجا بروند. چقدر احتمال دارد که حداقل دو نفرشان به پارک یکسانی بروند؟

$$0/525 \quad (1)$$

$$0/781 \quad (2)$$

$$0/824 \quad (3)$$

$$0/985 \quad (4)$$

- ۲۲- متغیر تصادفی  $V$  دارای توزیع مربع کای با  $U$  درجه آزادی است. جنابه  $V_1, V_2, V_3$  و  $V_4$  نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۴ از این توزیع باشد و  $U = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{4}$  تعریف شود. تابع مول گشته‌ایم متغیر تصادفی  $U$  کدام است؟

$$(1 - \frac{t}{2})^{-2U} \quad (1)$$

$$(1 - 2t)^{-2U} \quad (2)$$

$$(1 - \frac{t}{2})^{-\frac{U}{2}} \quad (3)$$

$$(1 - 2t)^{-\frac{U}{2}} \quad (4)$$

- ۲۳- در آزمایش ۳ پرتاب با یک تاس چهار طرفه، اگر  $X$  تعداد نتایج ۱ و  $Y$  تعداد نتایج ۲ باشد، ضریب همبستگی بین  $X$  و  $Y$  کدام است؟

$$-\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

- ۲۴- فرض کنید تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی  $X$  به صورت زیر است:

$x$	۱	۲	۳	۴
$f(x)$	$\frac{1-\theta}{4}$	$\frac{1+\theta}{4}$	$\frac{1-2\theta}{4}$	$\frac{1+2\theta}{4}$

به ازای نمونه  $(x_1, x_2) = (2, 3)$  براورد حداقل درستنمایی  $\theta$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{4}$

(۲)  $-\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{4}$

(۴)  $\frac{1}{3}$

- ۲۵- نمونهای تصادفی به اندازه ۲ از جمعیتی با توزیع یکنواخت در دامنه  $(0, \theta)$  گرفته می‌شود. چنانچه دامنه نمونهای (R) دارای تابع چگالی احتمال (pdf) به صورت زیر باشد.

$$g(R) = \begin{cases} \frac{2}{\theta^2}(\theta - R) & 0 < R < \theta \\ 0 & \text{در عینصورت} \end{cases}$$

دامنه اطمینان  $(1-\alpha)100\%$  برای  $\theta$  به صورت  $(R, CR)$  است، C کدام است؟

(۱)  $1 + \sqrt{1-\alpha}$

(۲)  $1 - \sqrt{1-\alpha}$

(۳)  $\frac{1}{1 + \sqrt{1-\alpha}}$

(۴)  $\frac{1}{1 - \sqrt{1-\alpha}}$

- ۲۶- پژوهشگری براساس یک سری داده فاصله اطمینان ۹۰٪ برای پارامتر  $\mu$  را به صورت  $(4, 28, 6, 52)$  به دست آورده است. براساس همان داده‌ها فاصله اطمینان ۹۵٪ برای پارامتر  $\mu$  به صورت  $(4, 22, 6, 18)$  و فاصله اطمینان ۹۹٪ به صورت  $(36, 91, 6, 49)$  حاصل شده است. اگر این پژوهشگر بخواهد فرض  $H_0: \mu = 4$  در مقابل  $H_1: \mu \neq 4$  را رد نکند. کدام گزاره در مورد مقدار احتمال (P-value) درست است؟

P-value < 0.01 (۱)

P-value > 0.1 (۲)

0.01 < P-value < 0.05 (۳)

0.05 < P-value < 0.1 (۴)

۲۷- در مدل رگرسیونی  $Y_i = \frac{1}{\beta X_i} + \varepsilon_i$  با فرض انکه  $\varepsilon_i$  ها دارای توزیع نمایی با پارامتر ۱ باشند، برآورد کننده حداقل مربعات  $\beta$  کدام است؟

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}}{\sum_{i=1}^n Y_i} \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{\sum_{i=1}^n X_i Y_i} \quad (1)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{X_i}} \quad (4)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i Y_i} \quad (3)$$

۲۸- یک سیستم مهندسی که از  $n$  جزء تشکیل شده را یک سیستم  $k$  از  $n$  گویند هرگاه کار کردن سیستم مشروط به کار کردن حداقل  $k$  جزء باشد. اگر همه اجزاء به طور مستقل کار کنند و احتمال کار کردن جزء  $i$  ام برابر  $\frac{1}{2}$  باشد، احتمال کار کردن یک سیستم  $k$  از  $n$  کدام است؟

$$\frac{1}{36} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{7}{18} \quad (3)$$

$$\frac{5}{12} \quad (4)$$

۲۹- در یک تحلیل رگرسیون ضریب وابستگی متغیر واپسیه به متغیر مستقل  $5/8$  محاسبه شده است. حناچه ادعا شود که ضریب وابستگی حداقل  $5/9$  است، مقدار آماره آزمون این ادعا کدام است؟

$$\frac{3}{2} \ln \frac{9}{19} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \ln \frac{9}{19} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \ln \frac{19}{9} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \ln \frac{19}{9} \quad (4)$$

- ۳۰ - پیش‌بینی می‌شود که رابطه‌ای خطی بین ساعات مطالعه به عنوان متغیر مستقل (x) و نمره یک درس به عنوان متغیر وابسته (y) وجود دارد. ۱۲ نفر دانشجو مورد تحقیق و بررسی قرار گرفتند. با توجه به مشاهدات زوجی (x, y) مقادیر  $S_{xx} = ۳۰$ ,  $S_{yy} = ۱۲۰$  و  $S_{xy} = ۴۸۰$  محاسبه شده‌اند. ضریب تعیین در این وابستگی کدام است؟

- (۱)  $۰/۸۴$
- (۲)  $۰/۸$
- (۳)  $۰/۷۱$
- (۴)  $۰/۶۴$

- ۳۱ - یک انبار به ابعاد  $۱۵ \times ۲۰ \times ۲۰$  مترمربع در ربع اول و چهارم قرار دارد. یک بارانداز در مرکز مختصات (در وسط طول) قرار دارد. چنانچه بخواهیم کالایی را به صورت پیوسته با مساحت موردنیاز  $۱۶,۰۰۰$  مترمربع و فواصل پله‌ای جایابی کنیم، در این صورت چیدمان کالا به چه صورت خواهد بود؟

- (۱) مثلاً با ارتفاع ۴۰
- (۲) مثلاً با ارتفاع ۸۰
- (۳) پنج ضلعی با ارتفاع ۱۰۰
- (۴) پنج ضلعی با ارتفاع ۳۰

- ۳۲ - کدام گزینه تابع هدف پوشش چزئی را نشان می‌دهد؟

$$\max z = \sum_i \max_j \{a_{ij}x_j\} \quad (1)$$

$$\min z = \sum_i \max_j \{a_{ij}x_j\} \quad (2)$$

$$\min z = \sum_i \sum_j w_{ji}d(X_j, P_i) \quad (3)$$

$$\min z = \max_{i,j} \{w_{ji}d(X_j, P_i)\} \quad (4)$$

- ۳۳ - در یک مسئله مکان‌یابی مینیماکس با فاصله متعامد، تبدیل یافته نقاط با چرخش  $5^{\circ}$  درجه ساعتگرد حول مبدأ مختصات به صورت زیر است. مقدار تابع هدف بهینه کدام است؟

$$(۲۳, ۴) \text{ و } (۲۷, ۱۰) \text{ و } (۴, -۱۵) \text{ و } (۰, ۱) \text{ و } (۲۹, ۰)$$

- (۱) ۹
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۱
- (۴) ۱۲

- ۳۴ - یک کارگاه ماشین کاری دارای ۵ ماشین است که به ترتیب در مکان های زیر مستقر هستند (از چپ به راست):  
 $(8, 20)$  و  $(10, 15)$  و  $(16, 30)$  و  $(30, 10)$  و  $(40, 20)$

قرار است محل دو ماشین جدید در این کارگاه مشخص شود. فرض کنید هزینه جایه جایی با محدود فاصله اقلیدسی قابل برآورد باشد. میزان جریان روزانه مواد بین دو ماشین جدید برابر ۲ و بین ماشین های جدید و موجود به صورت زیر پیش بینی شده است:

$$W = \begin{bmatrix} 8 & 6 & 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

محل استقرار بهینه این دو ماشین کدام است؟

$$X_1 = (17/5 \ 18/2) , X_2 = (15/22 \ 22/8) \quad (1)$$

$$X_1 = (15/7 \ 14/1) , X_2 = (22/25 \ 22/8) \quad (2)$$

$$X_1 = (12/7 \ 18/1) , X_2 = (25/22 \ 17/8) \quad (3)$$

$$X_1 = (11/7 \ 18/1) , X_2 = (15/22 \ 22/8) \quad (4)$$

- ۳۵ - در یک انبار مابه نیاز انداز قرار است ۳ کالا جایابی شوند. چنانچه ماتریس وزن به صورت زیر بوده و مساحت مورد نیاز کالای  $a$  برابر ۹ واحد و مساحت کالای  $b$  برابر ۸ واحد باشد، مساحت مورد نیاز کالای  $c$  چقدر باشد تا ابتدا جایابی آن در انبار انجام شود؟

۴	۲	۳	$a$
۲	۵	۴	$b$
۵	۳	۲	$c$

$$\leq 10 \quad (1)$$

$$\leq 9 \quad (2)$$

$$\leq 8 \quad (3)$$

$$\leq 7 \quad (4)$$

- ۳۶ - در یک مسئله میانه تک تسهیلاتی با فاصله متعامد، ماشین های موجود در محل های  $(4, 2)$  و  $(8, 5)$  و  $(11, 8)$  و  $(13, 2)$  مستقر هستند و مراودات بین این تسهیلات و تسهیل جدید به ترتیب ۱ و ۲ و ۱ و ۱ است. مؤلفه  $X$  نقطه بهینه، کدام مقدار نمی تواند باشد؟

$$11/1 \quad (1)$$

$$10/8 \quad (2)$$

$$9/4 \quad (3)$$

$$8/1 \quad (4)$$

- ۳۷ - حل نهایی الگوریتم اینگنیزیو برای یک مسئله پوشش جزئی با ۴ مشتری به صورت زیر است. مقدار تابع هدف برابر کدام است؟

$a_{ij}$		
۳	۴	$i$
۱۲۷۵	۸۰۰	۱
۱۳۶۸	۲۵۶۸	۲
۳۰۶	۱۶۸۳	۳
۵۴۸	۶۸۵	۴

$$306 \quad (1)$$

$$991 \quad (2)$$

$$3022 \quad (3)$$

$$3568 \quad (4)$$

- ۳۸ - مسئله پوشش جزئی برای استقرار ۲ تسهیل با ماتریس ضرایب پوشش زیر چند جواب بهینه دارد؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۵ (۵)

- ۳۹ - مدل برنامه‌ریزی خطی یک مسئله مینیماکس به صورت زیر است که در آن  $z$  فاصله دورترین تسهیل موجود از تسهیل جدید است. مقدار بهینه  $z$  کدام است؟

$$\min z$$

$$x + y - z \leq 12$$

۱ (۱)

$$x + y + z \geq 19$$

۲ (۲)

$$-x + y - z \leq 3$$

۳ (۳)

$$-x + y + z \geq 13$$

۴ (۴)

- ۴۰ - قرار است با استقرار تعدادی برج دیده‌بانی آتش یک منطقه جنگلی شامل ۱۲ بخش تحت پوشش قرار گیرد. ۱ سایت برای این منظور در نظر گرفته شده است. فرض کنید ماتریس ضرایب پوشش به صورت زیر باشد. کدام مورد نشان‌دهنده ترکیبی از سایتهاست که در صورت استقرار برج دیده‌بانی تمام بخش‌ها تحت پوشش قرار گیرد؟

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۱ (۱) و ۵ (۱)

۲ (۲) و ۵ (۲)

۳ (۳) و ۶ (۳)

۴ (۴) و ۶ (۴)

- ۴۱ - مکان بهینه دو تسهیل A و B با توجه به داده‌های مسئله و فرض فاصله مربع اقلیدسی کدام است؟

$$W = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(۴/۴۸ , ۷/۵۷) و (۴/۲۳ , ۷/۶۱) (۱)

(۴/۲۳ , ۷/۶۱) و (۴/۴۸ , ۷/۵۷) (۲)

(۵/۵۸ , ۸/۴۷) و (۵/۱۴ , ۸/۶۱) (۳)

(۵/۱۴ , ۸/۶۱) و (۵/۵۸ , ۸/۴۷) (۴)

$$V_{AB} = 3$$

$$(x_1, y_1) = (5, 10)$$

$$(x_2, y_2) = (10, 12)$$

$$(x_3, y_3) = (5, 5)$$

- ۴۲- اگر ماتریس جریان بین شش تسهیل به صورت ماتریس  $F$  و شماره مکان‌های موردنظر و موقعیت آنها به صورت شکل زیر باشد؛ کران پایین و بالای هزینه برای مسئله تخصیص به ترتیب کدام است؟ (ابعاد هر یک از مکان‌ها واحد بوده و رفت و آمدّها به صورت پله‌ای است.)

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 & 2 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & 4 & 2 & 2 & 8 \\ 6 & 4 & 0 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 6 & 0 & 10 \\ 4 & 8 & 6 & 2 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

1	2	3
4	5	6

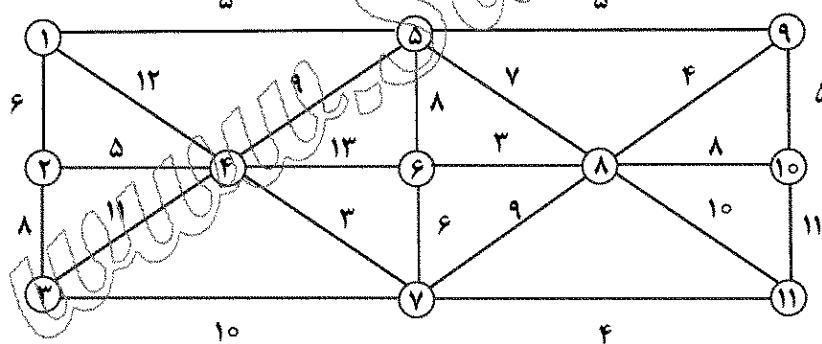
- (۱) ۸۸ و ۱۲۰
- (۲) ۸۸ و ۱۳۰
- (۳) ۷۷ و ۱۲۰
- (۴) ۷۷ و ۱۳۰

- ۴۳- شرکتی در نظر دارد برای پوشش دادن تقاضای ۵ مرکز توزیع فعلی خود، دو انبار را احداث نماید. میزان جریان پیش‌بینی شده بین انبارها ۱۰ واحد است. با فرض آنکه ماتریس  $P$  مختصات مرکز توزیع فعلی و ماتریس  $W$  میزان جریان بین مرکز توزیع و انبارهای جدید را نشان دهد و فاصله تسهیلات نیز به صورت متعدد محاسبه شود. آنگاه بکبار اجرای الگوریتم Juel-Love منجر به کدام‌یک از جواب‌ها برای مختصه  $X$  تسهیلات جدید خواهد شد؟

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 6 \\ 8 & 1 \\ 2 & 7 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 8 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

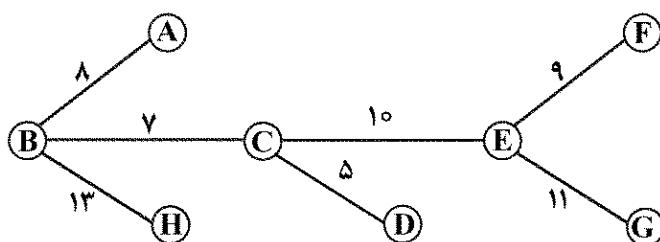
- (۱) (۵, ۵)
- (۲) (۵, ۴)
- (۳) (۸, ۴)
- (۴) (۴, ۸)

- ۴۴- یک کارخانه خودروسازی در ۱۱ شهر نمایندگی خدمات پس از فروش دارد. با فرض آنکه حداکثر فاصله مفید ۱۵ واحد باشد، حداقل تعداد انبارهای مورد نیاز برای تأمین قطعات بدکشید که تمام نمایندگی‌های پوشش داده شوند، کدام است؟

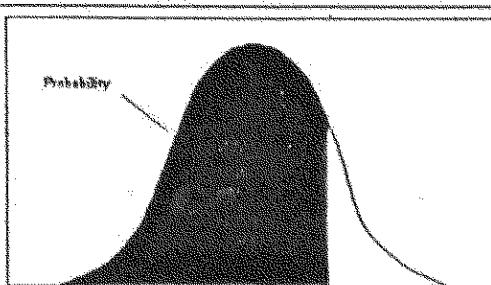


- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

- ۴۵- در صورتی که ۲ تسهیل جدید اورژانسی بخواهد به منظور خدمت‌دهی به مرکز جمعیتی موجود بر روی شبکه زیر احداث گردند، فاصله بین مرکز در مسئله absolute 2-Center کدام است؟



- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۸/۵
- (۳) ۱۹
- (۴) ۱۹/۵



سطع زیر منحنی نرمال استاندارد

<i>z</i>	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9263	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998