

278F

کد کنترل

278

F

آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

رشته فوتونیک
(کد ۲۲۳۹)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤال ها و زمان پاسخ گویی

زمان پاسخ گویی	تأ شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۱۵۰ دقیقه	۴۵	۱	۴۵	مجموعه دروس تخصصی: - فیزیک مدرن - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکترونیک

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال ها به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفان برابر مقررات رفتار می شود.

* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را
با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سؤال ها، نوع و کد کنترل درج شده
بر روی دفترچه سؤال ها و پایین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

۱- انرژی کل یک پروتون سه برابر انرژی سکون آن، $938 \text{ MeV} = m_p c^2$ است. سرعت و تکانه خطی پروتون چقدر است؟

(۱) $\frac{2653 \text{ MeV}}{c}$ و $\frac{2.83 \times 10^{-8} \text{ m}}{s}$

(۲) $\frac{1327 \text{ MeV}}{c}$ و $\frac{2.67 \times 10^{-8} \text{ m}}{s}$

(۳) $\frac{1327 \text{ MeV}}{c}$ و $\frac{2.83 \times 10^{-8} \text{ m}}{s}$

(۴) $\frac{2653 \text{ MeV}}{c}$ و $\frac{2.67 \times 10^{-8} \text{ m}}{s}$

۲- یک ساعت اتمی در هواپیمایی که با سرعت $400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرواز می کند نصب شده است. این ساعت یک بازه زمانی را

2600 s اندازه می گیرد. یک ناظر زمینی یک ساعت مشابه در اختیار دارد. ساعت زمینی همان بازه زمانی را

نسبت به ساعت موجود در هواپیما، چگونه اندازه گیری می کند؟

(۱) $3/2 \text{ ns}$ کمتر

(۲) $3/2 \text{ ns}$ بیشتر

(۳) $5/8 \text{ ns}$ بیشتر

(۴) $5/8 \text{ ns}$ کمتر

۳- دو توپ هر یک به جرم 5 kg هر یک با اندازه سرعت $450 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در دو جهت مخالف به سمت یکدیگر حرکت می کنند

و به صورت رودررو با هم برخورد می کنند و به هم می چسبند. تغییر جرم مجموعه پس از برخورد چند نانوگرم است؟

(۱) $5/5$

(۲) 11

(۳) $16/5$

(۴) 22

- ۴- ذره ای به جرم m و بار الکتریکی q تحت تأثیر میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} حرکت می کند. اگر حرکت ذره همواره در راستای \vec{E} باشد شتاب ذره بر حسب سرعت لحظه ای آن، v ، کدام است؟

$$\frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (2)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (4)$$

- ۵- در چارچوب مرجع S ، حادثه A در مکان $(50\text{m}, 0, 0)$ در ساعت $9:00:00$ اتفاق می افتد و حادثه B در مکان $(150\text{m}, 0, 0)$ در همان لحظه اتفاق می افتد. از دید ناظر واقع در چارچوب مرجع S' که با سرعت $\vec{v} = 0.8c\hat{i}$ نسبت به چارچوب مرجع S در حرکت است اختلاف زمانی بین دو حادثه، $t'_B - t'_A$ ، چند نانوثانیه است؟

(۱) -۴۵۶

(۲) -۴۴۴

(۳) ۴۴۴

(۴) ۴۵۶

- ۶- فرض کنید نوری با شدت $1\mu\frac{W}{cm^2}$ به یک سانتی متر مربع از یک نمونه آهن می تابد. این نمونه ۹۶ درصد نور را بازتاب می کند و بقیه را جذب می کند. اگر سه درصد از نور جذب شده در ناحیه فرابنفش و بقیه از بسامد آستانه باشد، در هر ثانیه چند الکترون گسیل می شود؟ (طول موج مؤثر فوتون های ناحیه فرابنفش را 250nm در نظر بگیرید).

(۱) 1.51×10^9

(۲) 1.51×10^{12}

(۳) 37.8×10^9

(۴) 37.8×10^{12}

۷- انرژی بستگی داخلی ترین الکترون ها در مولیبدنیوم (لایه K) در حدود 20keV و انرژی بستگی خارجی ترین الکترون ها (لایه M) در حدود 200eV است. هنگامی که یکی از الکترون های لایه K بمباران و جای خالی آن توسط الکترون لایه M پر می شود پرتو X گسیل می شود. اگر از پرتو X تولید شده برای پراکندگی کامپتون توسط گرافیت استفاده شود، طول موج پرتوهای پراکنده شده با زاویه پراکندگی 90° چند آنگستروم است؟ (طول موج کامپتون الکترون 0.00242nm است.)

(۱) 0.62

(۲) 6.2

(۳) 0.65

(۴) 6.5

۸- انرژی جنبشی یک الکترون نسبیتی حدوداً چقدر باشد تا طول موج دوپروی آن نصف طول موج کامپتون آن شود؟ (m_e جرم سکون الکترون است.)

(۱) $2.24m_e c^2$

(۲) $0.559m_e c^2$

(۳) $0.118m_e c^2$

(۴) $1.24m_e c^2$

۹- در پراکندگی رادرفورد ذرات آلفا با انرژی جنبشی E_k از هسته های آلومینیوم ($Z=13$)، اگر کمترین فاصله ممکن یک ذره آلفا از مرکز هسته 5fm باشد، مقدار E_k بر حسب MeV چقدر است؟

(۱) 7.5

(۲) 5.6

(۳) 3.7

(۴) 2.8

۱۰- الکترونی که ابتدا در حالت $n=2$ یک اتم هیدروژن به جرم m قرار دارد، گذاری به حالت پایه $n=1$ انجام می دهد. سرعت پس زنی اتم هیدروژن پس از گسیل فوتون بر حسب ثابت ریدبرگ R و ثابت پلانک کدام است؟

(۱) $\frac{3hR}{2m}$

(۲) $\frac{3hR}{4m}$

(۳) $\sqrt{\frac{3hcR}{2m}}$

(۴) $\sqrt{\frac{3hcR}{4m}}$

- ۱۱- سرعت فاز امواج با طول موج λ در آب های عمیق با صرف نظر از اثر کشش سطحی، $v_p = \sqrt{g\lambda/2\pi}$ است. سرعت گروه این امواج کدام است؟ (g ثابت گرانش است).

$$\frac{\sqrt{2}}{2} v_p \quad (1)$$

$$v_p \quad (2)$$

$$\frac{v_p}{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} v_p \quad (4)$$

- ۱۲- مسئله کوانتومی حالت مانای یک ذره آزاد در چاه پتانسیل یک بعدی نامتناهی را در نظر بگیرید. فرض کنید یک ذره مایکروسکوپی به جرم $M = 1 \text{ mg}$ بین دو دیواره که به فاصله $L = 1 \text{ cm}$ از یکدیگر واقع اند محصور و سرعت آن $v = 1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است. اگر E_n ویژه مقدار انرژی متناظر با حالت این ذره باشد، n به کدام عدد نزدیک تر است؟

$$(h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s})$$

$$1 \quad (1)$$

$$10^8 \quad (2)$$

$$10^{16} \quad (3)$$

$$10^{24} \quad (4)$$

- ۱۳- انرژی جنبشی آستانه تولید مزون های π در واکنش $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$ کدام است؟

$$m_p c^2 \left(\frac{4m_p + m_\pi}{2m_p} \right) \quad (1)$$

$$m_\pi c^2 \left(\frac{4m_p + m_\pi}{2m_p} \right) \quad (2)$$

$$m_\pi c^2 \left(\frac{4m_p + m_\pi}{2m_p} \right) \quad (3)$$

$$m_p c^2 \left(\frac{4m_p + m_\pi}{2m_p} \right) \quad (4)$$

- ۱۴- مسافت آزاد میانگین الکترون های فلز مس در دمای اتاق بر حسب p چگالی، M جرم مولی، σ رسانندگی و E_F انرژی فرمی فلز مس کدام است؟ (m جرم الکترون، e بار الکترون و N_A عدد آووگادرو است.)

$$\sqrt{\frac{2\sigma^2 m E_F}{e^2}} \frac{M}{\rho N_A} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{e^2}{\sigma^2 m E_F}} \frac{M}{\rho N_A} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{e^2}{2\sigma^2 m E_F}} \frac{M}{\rho N_A} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{\sigma^2 m E_F}{e^2}} \frac{M}{\rho N_A} \quad (4)$$

- ۱۵- برای یک دیود ایده آل در دمای اتاق، T ، نسبت جریان مستقیم به جریان معکوس بر حسب V ولتاژ اعمالی کدام است؟ (e بار الکترون است.)

$$\frac{\exp(eV/kT) - 1}{\exp(-eV/kT) - 1} \quad (1)$$

$$\frac{\exp(-eV/kT) - 1}{\exp(eV/kT) - 1} \quad (2)$$

$$\frac{\exp(eV/kT) + 1}{\exp(-eV/kT) + 1} \quad (3)$$

$$\frac{\exp(-eV/kT) + 1}{\exp(eV/kT) + 1} \quad (4)$$

- ۱۶- مجموعه S متشکل از همه توابع N متغیره $S = \{f: R^N \rightarrow C\}$ را در نظر بگیرید که R مجموعه اعداد حقیقی

و C مجموعه اعداد مختلط هستند. با استفاده از تعریف متعارف جمع دو تابع و ضرب عدد در تابع، یک فضای

بردار یا فضای هیلبرت روی میدان F ساخته می شود. کدام عبارت درست است؟

(۱) از کل مجموعه S می توان یک فضای هیلبرت روی میدان اعداد حقیقی $(F=R)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.

(۲) از کل مجموعه S می توان یک فضای برداری روی میدان اعداد حقیقی $(F=R)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.

(۳) از کل مجموعه S می توان یک فضای هیلبرت روی میدان اعداد مختلط $(F=C)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.

(۴) از کل مجموعه S می توان یک فضای برداری روی میدان اعداد مختلط $(F=C)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.

۱۷- هامیلتونی یک ذره اسپین $\frac{1}{2}$ در پایه متشکل از ویژه بردارهای متعارف عملگر S_x به شکل $H = a \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ است

که a ضربی حقیقی است. نمایش این هامیلتونی در پایه متشکل از ویژه بردارهای S_y یعنی بردارهای $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ و

کدام است؟ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$

(۱) $\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(۲) $\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2+i \\ 2-i & 1 \end{pmatrix}$

(۳) $\frac{a}{2} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(۴) $\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2-i \\ 2+i & 1 \end{pmatrix}$

۱۸- نوسانگر هماهنگ یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه ای ω در نظر بگیرید. اگر $|\beta\rangle$ ویژه بردار بهنجار پایین بر باشد: $a|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle$ ، عدم قطعیت ممثوم خطی نوسانگر در حالت $|\beta\rangle$ کدام است؟ $(\text{Re}\beta)$ و $(\text{Im}\beta)$ به ترتیب بخش

حقیقی و موهومی β هستند، $a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + i \frac{p}{m\omega} \right)$ و $(\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2})$

(۱) $\sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}}$

(۲) $\sqrt{2\hbar m \omega} (1 + |\beta|^2)^{1/2}$

(۳) $\sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}} (4(\text{Re}\beta)^2 + 4(\text{Im}\beta)^2 - 1)^{1/2}$

(۴) $\sqrt{2\hbar m \omega} (4(\text{Re}\beta)^2 + 2(\text{Im}\beta)^2 - 1)^{1/2}$

۱۹- ذره ای به جرم m و بار الکتریکی q در میدان الکترومغناطیسی با پتانسیل های اسکالر $\phi(\vec{x}, t)$ و برداری $\vec{A}(\vec{x}, t)$ قرار دارد. با تبدیل پیمانه ای $\phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$ و $\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda$ که $\Lambda(\vec{x}, t)$ تابع دلخواه مشتق پذیری است، عملگر $T(\Lambda)$ که روی فضای هیلبرت ذره اثر می کند چنان تعریف می شود که مقدار چشم داشتی عملگر مکان \vec{x} و عملگر $\vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A}$ ناورد باشند. در این صورت $T(\Lambda)$ چه شرایطی باید داشته باشد؟

$$T^\dagger x_i T = x_i, \quad T^\dagger (p_i - \frac{q}{c} A_i - \frac{q}{c} \nabla_i \Lambda) T = p_i - \frac{q}{c} A_i \quad i=1,2,3 \quad (1)$$

$$T^\dagger x_i T = x_i, \quad T^\dagger (p_i - \frac{q}{c} A_i) T = p_i - \frac{q}{c} (A_i + \nabla_i \Lambda) \quad i=1,2,3 \quad (2)$$

$$T^\dagger x_i T = x_i, \quad T^\dagger p_i T = -p_i, \quad T^\dagger (A_i + \nabla_i \Lambda) T = A_i + \nabla_i \Lambda \quad i=1,2,3 \quad (3)$$

$$T^\dagger x_i T = -x_i, \quad T^\dagger p_i T = p_i, \quad T^\dagger (A_i + \nabla_i \Lambda) T = A_i + \nabla_i \Lambda \quad i=1,2,3 \quad (4)$$

۲۰- کدام عبارت در مورد نامساوی های بل نادرست است؟

(۱) این نامساوی ها به نظریه های متغیر نهان سازگاری دارند.

(۲) نتایج آزمون های تجربی مختلف برخلاف پیش بینی این نامساوی ها بوده است.

(۳) این نامساوی ها برای سیستم های چند ذره ای با حالت درهم تنیده (entangled) صادق است.

(۴) این نامساوی ها براساس نظریه مکانیک کوانتومی متعارف (ارتدکس) به دست آمده است.

۲۱- آنسامبلی از سیستم هایی که فضای هیلبرت آن ها دو بعدی است در نظر بگیرید. کدام ماتریس چگالی معرف یک آنسامبل خالص از این سیستم است؟

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 1+i \\ 1-i & 2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

۲۲- اگر $U_S(t, t_0)$ و $U_I(t, t_0)$ به ترتیب عملگرهای تحول زمانی در تصویر شرودینگر و برهمکنش باشند و هامیلتونی سیستم در تصویر شرودینگر به شکل $H = H_0 + H_1(t)$ باشد. کدام رابطه درست است؟

(H_0 مستقل از زمان است.)

$$U_S(t, t_0) = e^{-iH_0 t_0/\hbar} U_I(t, t_0) e^{iH_0 t/\hbar} \quad (1)$$

$$U_I(t, t_0) = e^{iH_1 t/\hbar} U_S(t, t_0) e^{-iH_0 t_0/\hbar} \quad (2)$$

$$U_I(t, t_0) = e^{iH_0 t/\hbar} U_S(t, t_0) e^{-iH_0 t_0/\hbar} \quad (3)$$

$$U_S(t, t_0) = e^{iH_1 t/\hbar} U_I(t, t_0) e^{-iH_0 t_0/\hbar} \quad (4)$$

۲۳- اگر $|\ell, m\rangle$ ویژه بردار مشترک عملگرهای L_z و L^2 و $|\hat{n}\rangle$ ویژه بردار مکان و \hat{n} برداری که در مختصات کروی به شکل $\hat{n} = (\theta, \phi)$ داده شده. \hat{z} برداری به طول واحد در امتداد محور z و Π عملگر پاریته باشند، کدام عبارت در همه موارد نمی تواند درست باشد؟ ($L_+ = L_x + iL_y$)

$$\langle \hat{n} | L_+ | \ell, \ell \rangle = 0 \quad (1)$$

$$\langle \ell, m | \hat{z} \rangle = \sqrt{\frac{\ell(\ell+1)}{4\pi}} \quad (2)$$

$$\Pi | \ell, m \rangle = (-1)^\ell | \ell, m \rangle \quad (3)$$

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi} \langle \hat{n} | \ell, m \rangle = m \langle \hat{n} | \ell, m \rangle \quad (4)$$

۲۴- اگر Θ عملگر وارونی زمان، \vec{S} عملگر اسپین، \vec{L} عملگر ممونوم زاویه ای مداری، $|\psi\rangle$ بردار دلخواهی از فضای هیلبرت، $|j, m\rangle$ ویژه بردار مشترک عملگرهای J^2 و J_z و ضریب α عددی حقیقی باشند، کدام رابطه نادرست است؟

$$\langle \vec{x} | \Theta | \psi \rangle = \langle \vec{x} | \psi \rangle^* \quad (1)$$

$$\Theta (\vec{S} \cdot \vec{L}) \Theta^{-1} = \vec{S} \cdot \vec{L} \quad (2)$$

$$\Theta |j, m\rangle = i^m |j, -m\rangle \quad (3)$$

$$\Theta e^{-i\alpha J_y} \Theta^{-1} = e^{i\alpha J_y} \quad (4)$$

۲۵- ذره ای به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ تحت تأثیر پتانسیل یوگاوا $V(r) = \beta \frac{e^{-\mu r}}{r}$ که μ و β ضرایب ثابت مثبتی هستند، پراکنده می شود. دامنه پراکندگی $f(\theta)$ در تقریب اول بورن کدام است؟ (θ زاویه پراکندگی است).

$$\frac{m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2 \theta)} \quad (1)$$

$$\frac{2m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2 \theta)} \quad (2)$$

$$\frac{2m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2 (\theta/2))} \quad (3)$$

$$\frac{m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 - k^2 \sin^2 (\theta/2))} \quad (4)$$

۲۶- سیستم دو تراز با هامیلتونی H_0 که ویژه حالت های آن ψ_1 و ψ_2 با ویژه مقدارهای E_1 و E_2 هستند را در نظر بگیرید. اگر در زمان $t = -\infty$ سیستم در حالت ψ_1 باشد و در این لحظه تحت تاثیر هامیلتونی اختلالی

$$H'(t) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha e^{-t^2/\tau^2} \\ \alpha e^{-t^2/\tau^2} & 0 \end{pmatrix}$$

قرار گیرد که α و τ ثابت های مثبتی در آن هستند. در اختلال مرتبه اول،

احتمال آن که در لحظه $t = +\infty$ سیستم در حالت ψ_2 یافت شود، کدام است؟ $(\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar)$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2 / \tau} \quad (4)$$

۲۷- ذره ای به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ از سمت چپ به پتانسیل یک بعدی:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ -V_0 & -a \leq x \leq 0 \\ \infty & x > 0 \end{cases}$$

برخورد می کند، که V_0 و a مقادیر ثابت مثبتی هستند. اگر موج ورودی Ae^{ikx} باشد، موج بازتابی کدام است؟

$$(k' = \sqrt{2m(E + V_0)}/\hbar)$$

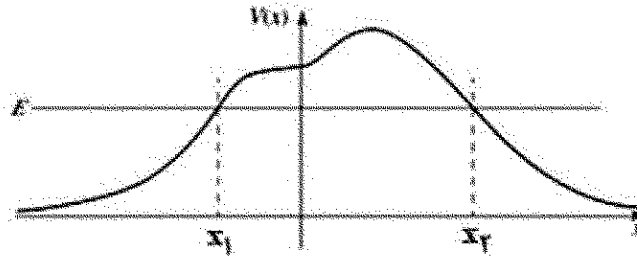
$$Ae^{-\tau ika} \left[\frac{k + ik' \cot(k'a)}{k - ik' \cot(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (1)$$

$$Ae^{-\tau ika} \left[\frac{k - ik' \tan(k'a)}{k + ik' \tan(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (2)$$

$$Ae^{-\tau ika} \left[\frac{k - ik' \cot(k'a)}{k + ik' \cot(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (3)$$

$$Ae^{-\tau ika} \left[\frac{k + ik' \tan(k'a)}{k - ik' \tan(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (4)$$

۲۸- ذره ای به جرم m و انرژی E از سمت راست به سد پتانسیل $V(x)$ به شکل زیر برخورد می کند. در تقریب WKB کدام تابع موج درست است؟ (A و B ضرایبی ثابت، $p = \sqrt{2m(E - V(x))}$ و $q = \sqrt{2m(V(x) - E)}$ هستند).



$$\begin{aligned} \psi(x) &\approx \frac{1}{\sqrt{p(x)}} \left[A e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x p(x') dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x p(x') dx'} \right] \quad \text{for } x > x_2 \quad (1) \\ \psi(x) &\approx \frac{1}{\sqrt{q(x)}} \left[A e^{-\frac{i}{\hbar} \int_x^{x_2} p(x') dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar} \int_x^{x_2} p(x') dx'} \right] \quad \text{for } x > x_2 \quad (2) \\ \psi(x) &\approx \frac{1}{\sqrt{q(x)}} \left[A e^{-\frac{i}{\hbar} \int_x^{x_1} q(x') dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar} \int_x^{x_1} q(x') dx'} \right] \quad \text{for } x_1 < x < x_2 \quad (3) \\ \psi(x) &\approx \frac{1}{\sqrt{p(x)}} \left[A e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x q(x') dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x q(x') dx'} \right] \quad \text{for } x < x_1 \quad (4) \end{aligned}$$

۲۹- هامیلتونی H_0 با ویژه مقدارهای E_n^0 و ویژه بردارهای ψ_n^0 داده شده در نظر بگیرید. اگر این هامیلتونی به شکل $H = H_0 + \lambda H'$ مختل شود که $\lambda \ll 1$ است. مقدار چشم داشتی عملگر مشاهده پذیر O در ویژه حالت n ام هامیلتونی H یعنی $\langle \psi_n | O | \psi_n \rangle$ تا مرتبه اول از λ کدام است؟

$$\langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + \lambda \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_m^0} \quad (1)$$

$$\langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + \lambda \text{Re} \sum_{m \neq n} \langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle \quad (2)$$

$$\langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + \lambda \langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle \langle \psi_n^0 | H' | \psi_n^0 \rangle \quad (3)$$

$$\langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + \lambda \text{Re} \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_m^0} \quad (4)$$

۳۰- با استفاده از تابع موج آزمون:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ax & 0 \leq x \leq a/2 \\ A(a-x) & a/2 \leq x \leq a \\ 0 & x > a, x < 0 \end{cases}$$

چه حد بالایی برای انرژی حالت پایه چاه بی نهایت یک بعدی که دیواره های آن در $x=0$ و $x=a$ قرار دارند، به دست می آید؟

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{4ma^2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2} \quad (4)$$

۳۱- یک کره رسانا به شعاع R در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = E_0 \hat{k}$ قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در خارج از این رسانا در مختصات کروی به صورت:

$$V(r, \theta) = -E_0 \left(r - \frac{R^2}{r} \right) \cos \theta + C \left(1 - \frac{R}{r} \right)$$

داده می شود که در آن C ضریبی ثابت و مبدأ مختصات بر مرکز کره منطبق است. اگر بار کل رسانا برابر Q باشد، ثابت C کدام است؟

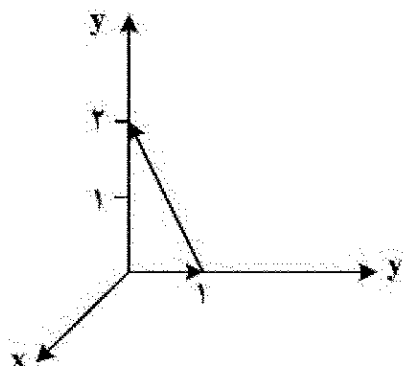
$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (2)$$

$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{2}{3} E_0 R \quad (3)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{2}{3} E_0 R \quad (4)$$

۳۲- مقدار انتگرال خطی بردار $\vec{E} = 6\hat{i} + yz^2\hat{j} + (3y+z)\hat{k}$ روی مسیر بسته مثلث نشان داده در شکل زیر کدام است؟



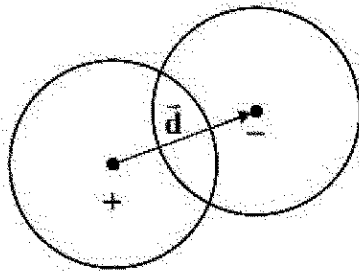
$$\frac{61}{24} \quad (1)$$

$$\frac{23}{12} \quad (2)$$

$$\frac{17}{3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

۳۲- دو کره هر یک به شعاع R با چگالی بار حجمی یکنواخت $+ \rho_0$ و $- \rho_0$ طوری قرار گرفته اند که مطابق شکل زیر با یکدیگر هم پوشانی دارند. بردار \vec{d} مرکز این دو کره را به هم وصل می کند و جهت آن از سمت کره مثبت به کره منفی است. میدان الکتریکی در ناحیه ای که دو کره با یکدیگر هم پوشانی دارند کدام است؟ (\vec{r} بردار مکان نقطه ای داخل ناحیه هم پوشانی نسبت به مرکز کره مثبت است.)



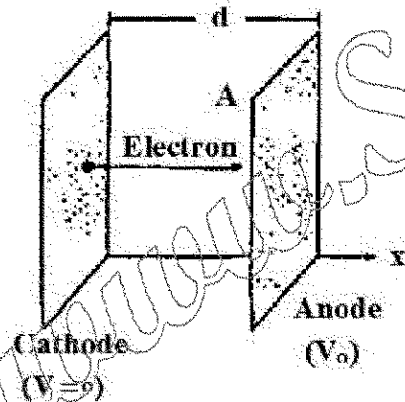
$$\frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \vec{d} \quad (1)$$

$$\frac{\rho_0 r}{2\epsilon_0 d} \vec{d} \quad (2)$$

$$\frac{\rho_0 d}{3\epsilon_0 r} \vec{r} \quad (3)$$

$$\frac{\rho_0}{3\epsilon_0} (\vec{d} - \vec{r}) \quad (4)$$

۳۴- در شکل زیر الکترون ها از کاتد داغ (در پتانسیل صفر) با تندی صفر جدا شده و به سمت آند (با پتانسیل $+V_0$) حرکت می کنند. در شرایطی که میدان الکتریکی روی صفحه کاتد برابر صفر می شود و جریان یکنواخت و همگن I در کل فضای میان دو صفحه ایجاد می شود. معادله ای که $V(x)$ پتانسیل یک نقطه در میان دو صفحه را تعیین می کند، کدام است؟ (ابعاد دو صفحه نسبت به فاصله آن دو از هم بسیار بزرگتر است و مساحت هر یک از دو صفحه A ، فاصله دو صفحه از هم d ، جرم الکترون m و بار الکترون $-e$ است.)



$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{Id}{\epsilon_0 A} \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} \quad (1)$$

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{I}{2\epsilon_0 A} \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} \quad (2)$$

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{I}{\epsilon_0 A} \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} \quad (3)$$

$$\frac{dV(x)}{dx} = \frac{Id}{\epsilon_0 A} \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} \quad (4)$$

۳۵- پتانسیل الکتریکی روی سطح کره ای به شعاع R توسط رابطه $V = \beta \cos^2 \theta$ داده شده است که β ضریبی ثابت است و مبدأ مختصات منطبق بر مرکز کره، محور Z در امتداد یکی از قطرهای کره و θ زاویه با محور Z است. پتانسیل الکتریکی در نقاط داخل کره در مختصات کروی کدام است؟

$$P_r(x) = \frac{1}{r}(\Delta x^2 - r^2 x)$$

$$V(r, \theta) = \frac{-3\beta}{R} r \cos \theta + \frac{4\beta}{\Delta R^2} r^2 \cos^2 \theta \quad (1)$$

$$V(r, \theta) = \frac{-3\beta}{R} r \cos \theta + \frac{4\beta}{R^2} r^2 (\Delta \cos^2 \theta - r^2 \cos \theta) \quad (2)$$

$$V(r, \theta) = \frac{-3\beta}{\Delta R} r \cos \theta + \frac{4\beta}{R^2} r^2 \cos^2 \theta \quad (3)$$

$$V(r, \theta) = \frac{-3\beta}{\Delta R} r \cos \theta + \frac{4\beta}{\Delta R^2} r^2 (\Delta \cos^2 \theta - r^2 \cos \theta) \quad (4)$$

۳۶- در مسئله ۳۵ معادله پوینسونی الکتریکی کره کدام است؟

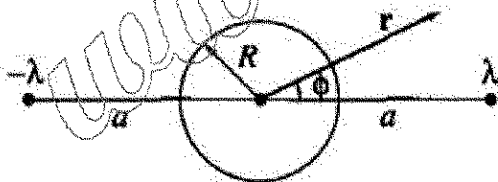
$$-\frac{3}{\Delta} \beta R^2 \hat{z} \quad (1)$$

$$\frac{9}{\Delta} \beta R^2 \hat{z} \quad (2)$$

$$\frac{36\pi\epsilon_0}{\Delta} \beta R^2 \hat{z} \quad (3)$$

$$-\frac{12\pi\epsilon_0}{\Delta} \beta R^2 \hat{z} \quad (4)$$

۳۷- دو سیم مستقیم بسیار بلند با چگالی بار طولی λ و $-\lambda$ مطابق شکل زیر دو طرف یک استوانه بسیار بلند رسانای بدون بار الکتریکی و شعاع R قرار گرفته اند. فاصله هر سیم از محور استوانه برابر a است به طوری که $a > R$. پتانسیل الکتریکی در نقطه ای خارج استوانه با مختصات استوانه ای (r, ϕ) کدام است؟



$$V(r, \phi) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 a^2 - 2R^2 a \cos \phi)}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 a^2 + 2R^2 a \cos \phi)} \right) \quad (1)$$

$$V(r, \phi) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 a^2 - 2R^2 a \cos \phi)}{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 a^2 + 2R^2 a \cos \phi)} \right) \quad (2)$$

$$V(r, \phi) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 + 2R^2 r \cos \phi)}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 - 2R^2 r \cos \phi)} \right) \quad (3)$$

$$V(r, \phi) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 + 2R^2 r \cos \phi)}{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 - 2R^2 r \cos \phi)} \right) \quad (4)$$

۳۸- پتانسیل برداری در داخل و خارج از کره ای به شعاع R در مختصات کروی به شکل زیر داده شده است:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \begin{cases} \alpha R r \sin \theta \hat{\phi} & r \leq R \\ \alpha R^2 \frac{1}{r^2} \sin \theta \hat{\phi} & r \geq R \end{cases}$$

که α ضریبی ثابت است. اگر \vec{B}_1 میدان مغناطیسی در داخل کره و \vec{B}_2 میدان مغناطیسی در خارج کره باشد، کدام رابطه درست است؟

$$\vec{B}_2 \cdot \hat{r} - \vec{B}_1 \cdot \hat{r} = 2\alpha R \sin \theta \quad \text{for } r = R \quad (1)$$

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{\theta} - \vec{B}_2 \cdot \hat{\theta} = 2\alpha R \cos \theta \quad \text{for } r = R \quad (2)$$

$$\vec{B}_2 \cdot \hat{\theta} - \vec{B}_1 \cdot \hat{\theta} = \alpha R \sin \theta \quad \text{for } r = R \quad (3)$$

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{r} - \vec{B}_2 \cdot \hat{r} = 2\alpha R \cos \theta \quad \text{for } r = R \quad (4)$$

۳۹- موج الکترومغناطیسی یکنواختی در جهت $+z$ حرکت می کند و میدان الکتریکی آن برابر است با:

$$\vec{E} = 10 \sin(\omega t - \beta z) \hat{i} + 20 \cos(\omega t - \beta z) \hat{j}$$

که ω و β ضرایب ثابت هستند. این موج در مسیر حرکت خود با صفحه رسانای کامل تختی واقع در $z=0$ برخورد می کند. بردار چگالی جریان سطحی روی صفحه رسانای کامل کدام است؟

$$\vec{K} = \frac{10\beta}{\mu_0 \omega} (-\sin \omega t \hat{i} - 2 \cos \omega t \hat{j}) \quad (1)$$

$$\vec{K} = \frac{10\beta}{\mu_0 \omega} (\sin \omega t \hat{i} - 2 \cos \omega t \hat{j}) \quad (2)$$

$$\vec{K} = \frac{20\beta}{\mu_0 \omega} (\sin \omega t \hat{i} + 2 \cos \omega t \hat{j}) \quad (3)$$

$$\vec{K} = \frac{10\beta}{\mu_0 \omega} (-\sin \omega t \hat{i} + 2 \cos \omega t \hat{j}) \quad (4)$$

۴۰- یک میله استوانه ای بلند با سطح مقطع A دارای مغناطش یکنواخت \vec{M} در امتداد محور استوانه است. این میله از یک قاعده در مقابل یک سطح تخت با نفوذپذیری بی نهایت ($\mu \gg 1$) قرار می گیرد. نیرویی که به میله وارد می شود از چه نوعی و مقدار تقریبی آن در سیستم گاوسین کدام است؟

$$(1) \text{ دافعه، } 2\pi A M^2$$

$$(2) \text{ جاذبه، } 2\pi A M^2$$

$$(3) \text{ جاذبه، } 2\pi M^2 / A$$

$$(4) \text{ دافعه، } 2\pi M^2 / A$$

۴۱- با فرض آن که بار الکتریکی تحت اثر وارونی مکان (پارته) و وارونی زمان ناوردا است. کدام عبارت نادرست است؟

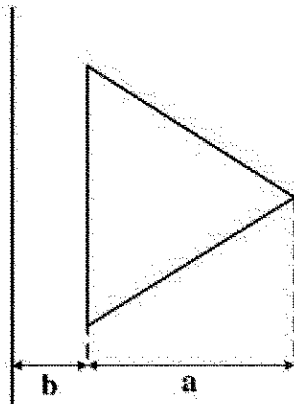
(1) بردار جابجایی \vec{D} تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان زوج است.

(2) بردار پوتنسیل S تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان زوج است.

(3) بردار چگالی جریان \vec{J} تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان فرد است.

(4) بردار مغناطش \vec{M} تحت وارونی مکان زوج و تحت وارونی زمان فرد است.

۴۲- القای متقابل میان یک سیم رسانای مستقیم بسیار بلند و یک حلقه سیم به شکل مثلث متساوی الاضلاع که مطابق شکل زیر در یک صفحه قرار دارند، کدام است؟ (a ارتفاع مثلث و b فاصله ضلع موازی با سیم مستقیم تا آن سیم، است.)



$$\frac{\mu_0 \sqrt{3}}{\pi} \left((a+b) \ln \frac{a+b}{a} - b \right) \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 \sqrt{3}}{\pi} \left((a+b) \ln \frac{a+b}{b} - a \right) \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0}{\pi \sqrt{3}} \left((a+b) \ln \frac{a+b}{a} - b \right) \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0}{\pi \sqrt{3}} \left((a+b) \ln \frac{a+b}{b} - a \right) \quad (4)$$

۴۳- شار چگالی جریان کل $\left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)$ از یک سطح بسته S چقدر است؟

(۱) همواره برابر صفر است.

(۲) همواره برابر غیر صفر است.

(۳) همواره با جریان خارج شونده از سطح بسته برابر است.

(۴) همواره با جریان خالص خارج شونده از سطح بسته برابر است.

۴۴- در ناحیه ای از فضا که خالی از چشمه بار و جریان الکتریکی است، میدان مغناطیسی برابر است با:

$$\vec{H}(x, y, t) = \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \cos(\omega t) \hat{i}$$

که ω ، α و β ضرایب ثابتی هستند. برای آن که این میدان مغناطیسی در معادله های ماکسول صدق کند،

چه رابطه ای میان این ضرایب ثابت باید وجود داشته باشد؟ (ϵ و μ به ترتیب ضرایب های گذردهی الکتریکی و

نفوذپذیری مغناطیسی ثابت در ناحیه مورد نظر هستند.)

$$\alpha^2 + \beta^2 - \epsilon \mu \omega^2 = 0 \quad (1)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \epsilon \mu \omega^2 = 0 \quad (2)$$

$$(\alpha + \beta)^2 - \epsilon \mu \omega^2 = 0 \quad (3)$$

$$(\alpha + \beta)^2 + \epsilon \mu \omega^2 = 0 \quad (4)$$

۴۵- توان تشعشعی در واحد زاویه فضایی برای ذره ای با بار الکتریکی q که روی یک خط مستقیم با سرعت \vec{v} و شتاب \vec{a} در حرکت است توسط رابطه زیر داده می شود:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2 c^2}{16\pi^2 \epsilon_0} \frac{|\hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{a})|^2}{(c - \hat{n} \cdot \vec{v})^5}$$

توان کل تابشی از این ذره باردار کدام است؟ \hat{n} برداری که در امتداد محل مشاهده، c تندی نور در خلا و

$$\gamma = \left(1 - (v/c)^2\right)^{-1/2} \text{ است.}$$

$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^4}{4\pi c} \quad (1)$$

$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^4}{4\pi c} \quad (2)$$

$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^4}{8\pi c} \quad (3)$$

$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^4}{2\pi c} \quad (4)$$

www.Sanjesh3.com