

کد کنترل

478

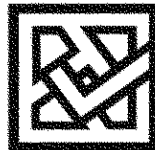
F

## آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنجشنبه

۱۴۰۱/۱۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
اقام خفیی (ره)

فوتونیک (کد ۲۲۳۹)

زمان پاسخ گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - فیزیک مدرن - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکتروپنایمیک	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سوالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (فیزیک مدرن - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکتروپنایمیک):

۱- انرژی جنبشی یک الکترون آزاد  $J \cdot 10^{-13} \times 1/6$  است. مقدار سرعت آن تقریباً چند  $\frac{m}{s}$  است؟ (انرژی سکون

الکترون را  $5 \times 10^5 \text{ eV}$  فرض کنید.)

(۱)  $2/1 \times 10^6$

(۲)  $4/8 \times 10^6$

(۳)  $1/5 \times 10^8$

(۴)  $2/8 \times 10^8$

۲- اگر فاصله فضا - زمانی دو رویداد معین A و B نسبت به یک ناظر اینرسی خاص فضاگونه باشد، کدام عبارت همواره درست است؟

(۱) فاصله فضا - زمانی A و B نسبت به یک ناظر اینرسی معین می‌تواند نورگونه باشد.

(۲) فاصله فضا - زمانی A و B نسبت به دیگر ناظرهای اینرسی می‌تواند زمانگونه باشد.

(۳) ترتیب زمانی رخ دادن A و B نسبت به تمام ناظرهای اینرسی یکسان است.

(۴) ترتیب زمانی رخ دادن A و B نسبت به ناظرهای اینرسی مختلف می‌تواند تغییر کند.

۳- یک هسته رادیواکتیو با تندی  $\frac{c}{4}$  به سمت زمین در حرکت است و در همان راستایی که در حرکت است الکترونی

با تندی  $\frac{c}{4}$  نسبت به هسته رادیواکتیو به سمت زمین پرتاب می‌کند. تندی الکترون نسبت به زمین، کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}c$

(۲)  $\frac{6}{7}c$

(۳)  $\frac{2}{7}c$

(۴)  $\frac{2}{9}c$

- ۴- طول موج گسیلی از یک اتم در حال سکون برابر  $600\text{ nm}$  است. اگر این اتم با تندی  $\frac{v}{s} \times 10^7$  از شما دور شود انرژی هر فوتونی که به شما می‌رسد، به تقریب چند eV است؟
- (۱)  $1/24$
  - (۲)  $1/60$
  - (۳)  $2/07$
  - (۴)  $2/68$
- ۵- فوتونی با انرژی  $15\text{ keV}$  تحت پراکندگی کامپتون به اندازه  $60^\circ$  از مسیر اولیه خود انحراف می‌یابد. پس از پراکندگی طول موج این فوتون تقریباً چند درصد تغییر یافته است؟
- (۱)  $3/0$
  - (۲)  $30$
  - (۳)  $1/5$
  - (۴)  $15$
- ۶- دو حفره سیاه ابتدای در نظر بگیرید. بیشینه تابش برای حفره اول در طول موج  $600\text{ nm}$  و برای حفره دوم در طول موج  $400\text{ nm}$  رخ می‌دهد. در مقایسه با حفره سیاه دوم کدام عبارت در مورد شدت تابش گسیلی از حفره سیاه اول، درست است؟
- (۱) در تمام طول موج‌ها شدت تابش بیشتر است.
  - (۲) در تمام طول موج‌ها شدت تابش کمتر است.
  - (۳) در طول موج‌های کوتاه شدت تابش کمتر و در طول موج‌های بزرگ شدت تابش بیشتر است.
  - (۴) در طول موج‌های کوتاه شدت تابش بیشتر و در طول موج‌های بزرگ شدت تابش کمتر است.
- ۷- در فضای میان ستاره‌ای اتم‌های هیدروژنی در حالت برانگیخته با عدد کوانتومی اصلی  $n = 720$  پیدا شده است. شعاع مداری الکترون در این اتم، به تقریب چقدر است؟
- (۱)  $3/8\text{ nm}$
  - (۲)  $38\text{ nm}$
  - (۳)  $27/5\text{ }\mu\text{m}$
  - (۴)  $2/8\text{ }\mu\text{m}$
- ۸- الکترونی در یک جعبه یک‌بعدی به طول  $5\text{ nm}$  محبوس است. اگر الکترون از حالت برانگیخته اول به حالت پایه گذار کند، طول موج فوتون گسیلی، چند متر است؟
- (۱)  $2/7 \times 10^{-5}$
  - (۲)  $8/1 \times 10^{-4}$
  - (۳)  $2/7 \times 10^{-6}$
  - (۴)  $8/1 \times 10^{-7}$
- ۹- ممان اینرسی مولکول HCl برابر  $3 \times 10^{-47}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$  است. انرژی اولین حالت برانگیخته دورانی این مولکول چند eV است؟
- (۱)  $2/3 \times 10^{-3}$
  - (۲)  $4/6 \times 10^{-3}$
  - (۳)  $2/1 \times 10^{-6}$
  - (۴)  $1/1 \times 10^{-6}$

- ۱۰- کدام عبارت، در مورد واپاشی بتا، نادرست است؟
- (۱) در این واپاشی قوانین پایستگی بار الکتریکی، ممنتوم خطی و ممنتوم زاویه‌ای برقرار است.
  - (۲) درون هسته یک نوترون به پروتون تبدیل و یک الکترون تولید می‌شود.
  - (۳) در این واپاشی علاوه بر الکترون‌های آزاد، ذرات پادنوترینو هم تولید می‌شوند.
  - (۴) یک الکترون از یکی از ترازهای اتمی به داخل هسته سقوط کرده و یک پروتون و نوترینو آزاد می‌شود.
- ۱۱- اگر در واپاشی هر هسته  $^{238}\text{U}$  مقدار  $200\text{MeV}$  انرژی آزاد شود، در واپاشی  $1\text{kg}$  از این ماده چند ژول انرژی آزاد می‌شود؟ (جرم مولی اورانیوم  $238\text{g/mol}$  است.)
- (۱)  $1.9 \times 10^9$
  - (۲)  $1.9 \times 10^{13}$
  - (۳)  $8.1 \times 10^7$
  - (۴)  $8.1 \times 10^{13}$
- ۱۲- تقارن پارتیه در کدام نوع از برهمکنش‌های بنیادی نقض می‌شود؟
- (۱) هسته‌ای قوی
  - (۲) هسته‌ای ضعیف
  - (۳) الکترومغناطیسی
  - (۴) گرانش
- ۱۳- بنابر مشاهدات انجام شده جهان کنونی در چه وضعیتی است و بنابر نظریه استاندارد کیهان‌شناسی عامل آن چیست؟
- (۱) در حال انقباض شتابدار - وجود انرژی تاریک
  - (۲) در حال انبساط شتابدار - وجود انرژی تاریک
  - (۳) در حال انبساط با تندی ثابت - وجود ماده تاریک
  - (۴) در حال سکون پایدار - وقوع مه‌بانگ در ابتدای تولد کیهان
- ۱۴- ذره مزون  $\pi^0$  در حالت سکون به دو فوتون تلاشی می‌یابد:  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$  طول موج هر یک از دو فوتون برحسب متر کدام است؟ (جرم سکون  $\pi^0$  برابر  $135\text{MeV}/c^2$  است.)
- (۱)  $1.8 \times 10^{-14}$
  - (۲)  $9.2 \times 10^{-15}$
  - (۳)  $8.9 \times 10^{-26}$
  - (۴)  $2.8 \times 10^{-8}$
- ۱۵- در پراکندگی ذرات آلفا از یک ورقه نازک نقره تعداد ذرات آلفا که در هر ثانیه در زاویه پراکندگی  $\theta = 60^\circ$  آشکار می‌شوند چند برابر تعداد ذرات آلفا است که در زاویه پراکندگی  $\theta = 90^\circ$  آشکار می‌شوند؟
- (۱)  $\frac{16}{9}$
  - (۲)  $\frac{4}{3}$
  - (۳) ۴
  - (۴) ۲

۱۶- تابع موج یک سیستم کوانتومی که در راستای  $x$  حرکت می کند در لحظه به شکل زیر است:

$$\psi(x, t) = A e^{-\lambda|x|} e^{-i\omega t}$$

که در آن  $\lambda$ ،  $A$  و  $\omega$  ضرایب ثابت حقیقی مثبتی هستند. مقدار چشم‌داشتی عملگر  $\hat{x}$  در این حالت، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2\lambda}$

(۲)  $\frac{1}{4\lambda}$

(۳)  $-\frac{1}{4\lambda}$

(۴)  $-\frac{1}{2\lambda}$

۱۷- اگر در مسئله یک بعدی، انرژی پتانسیل تابع زوجی از مختصه مکان  $x$  باشد، کدام عبارت در مورد حل‌های معادله

شرودینگر مستقل از زمان درست است؟

(۱) این حل‌ها را می‌توان فقط توابعی زوج از مختصه  $x$  اختیار کرد.

(۲) این حل‌ها را می‌توان توابعی زوج یا فرد از مختصه  $x$  اختیار کرد.

(۳) این حل‌ها همواره توابعی زوج یا فرد از مختصه  $x$  هستند.

(۴) این حل‌ها همواره توابعی زوج از مختصه  $x$  هستند.

۱۸- کدام عبارت، در مورد ویژه مقدار متناظر با هر ویژه تابع بهنجارش پذیر عملگر انرژی درست است؟

(۱) این ویژه مقدار از مقدار بیشینه مطلق تابع انرژی پتانسیل همواره بیشتر است.

(۲) این ویژه مقدار از مقدار بیشینه مطلق تابع انرژی پتانسیل همواره کمتر است.

(۳) این ویژه مقدار از مقدار کمینه مطلق تابع انرژی پتانسیل می‌تواند کمتر باشد.

(۴) این ویژه مقدار از مقدار کمینه مطلق تابع انرژی پتانسیل همواره بیشتر است.

۱۹- تابع موج یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی با بسامد زاویه‌ای  $\omega$  در لحظه  $t=0$  به شکل  $\psi(x, 0) = A[3u_1 - 4u_2]$  است که در آن  $A$  ضریبی ثابت و  $u_n(x)$  ها ویژه توابع بهنجار انرژی این نوسانگر با انرژی  $E_n$  هستند. احتمال آن

که در لحظه  $t > 0$  در اندازه‌گیری انرژی نوسانگر مقدار  $E_2$  به دست آید، کدام است؟

(۱)  $\frac{16}{25}$

(۲)  $\frac{4}{5}$

(۳)  $\frac{16}{25} \cos^2(2\omega t)$

(۴)  $\frac{4}{5} \cos(2\omega t)$

۲۰- نوسانگر هماهنگ یک بعدی در لحظه  $t=0$  در یک حالت هم‌دوس قرار دارد. کدام ویژگی برای تابع حالت نوسانگر

در لحظه دلخواه  $t > 0$ ، نادرست است؟

(۱) این تابع در تمام زمان‌ها ویژه تابع عملگر تعداد  $N = a^\dagger a$  نیست.

(۲) تابع حالت نوسانگر در تمام زمان‌ها ویژه تابع عملگر پایین‌بر  $a$  است.

(۳) مقدار چشم‌داشتی عملگر مکان در تمام لحظه‌ها برابر صفر است.

(۴) رابطه عدم قطعیت مکان و ممنتوم خطی در تمام لحظه‌ها مقدار کمینه خود را دارد.

- ۲۱- اگر A عملگر تانسور کروی از مرتبه ۳ و B عملگر تانسور کروی از مرتبه ۱ باشد، کدام عبارت درست است؟  
(۱) از مجموع حاصل ضرب مؤلفه‌های این دو عملگر با ضرایب کلبش - گوردن مناسب می‌توان تانسورهای کروی از مرتبه‌های ۲، ۳ و ۴ ساخت.  
(۲) از مجموع حاصل ضرب مؤلفه‌های این دو عملگر با ضرایب کلبش - گوردن مناسب می‌توان فقط تانسور کروی از مرتبه ۴ ساخت.  
(۳) عملگر AB تانسوری کروی از مرتبه ۲ است.  
(۴) عملگر AB تانسوری کروی از مرتبه ۴ است.

- ۲۲- یک ذره اسپین  $\frac{1}{2}$  در حالت  $|\chi\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{3}-i \\ 1 \end{pmatrix}$  قرار دارد. مقدار عدم قطعیت در اندازه‌گیری عملگر  $S_x$  در این حالت، کدام است؟

- (۱)  $\frac{\hbar\sqrt{2}}{2}$   
(۲)  $\frac{\hbar\sqrt{13}}{10}$   
(۳)  $\frac{\hbar\sqrt{11}}{2}$   
(۴)  $\frac{\hbar}{2\sqrt{3}}$

- ۲۳- دو ذره غیربرهمکنشی یکسان در داخل یک چاه بی‌نهایت یک‌بعدی قرار دارند. اگر دو ذره بوزون باشند، کدام عبارت در مورد تابع حالت پایه و اولین حالت برانگیخته این مجموعه درست است؟  
(۱) حالت پایه تبهگن مرتبه ۲ و حالت برانگیخته اول غیرتبهگن است.  
(۲) حالت پایه غیرتبهگن و حالت برانگیخته اول تبهگن مرتبه ۲ است.  
(۳) حالت پایه و حالت برانگیخته اول هر دو غیرتبهگن هستند.  
(۴) حالت پایه و حالت برانگیخته اول هر دو تبهگن مرتبه ۲ هستند.

- ۲۴- کدام عبارت در مورد فرمول‌بندی انتگرال مسیری مکانیک کوانتومی نادرست است؟  
(۱) در این فرمول‌بندی کمیت‌های فیزیکی، کمیت‌هایی کلاسیکی و نه عملگرهایی در فضای هیلبرت هستند.  
(۲) برای انجام محاسبات در سیستم‌های کوانتومی با بی‌نهایت درجه آزادی این فرمول‌بندی بسیار مناسب‌تر است.  
(۳) در محاسبه انتشارگر از نقطه  $\vec{x}_i; t_i$  به نقطه  $\vec{x}_f; t_f$  نه تنها مسیر کلاسیک بلکه تمام مسیرها میان این دو نقطه سهم دارند.  
(۴) این فرمول‌بندی، کاملاً معادل فرمول‌بندی شرودینگری نیست و فقط در مواردی که هامیلتونی سیستم مستقل از زمان است کاربرد دارد.

- ۲۵- حاصل جابه‌جاگر  $[L^2, z]$  چیست؟ (x, y و z عملگرهای مکان، و  $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$  مربع عملگر منتوم زاویه مداری است.)

- (۱)  $2i\hbar(xL_y + yL_x + i\hbar z)$   
(۲)  $2i\hbar(xL_y - yL_x - i\hbar z)$   
(۳)  $2i\hbar(xL_y + yL_x - i\hbar z)$   
(۴)  $2i\hbar(xL_y - yL_x + i\hbar z)$

۲۶- عملگر وارونی زمان چه نوع عملگری است؟

- (۱) یکانی  
(۲) هرمیتی  
(۳) پادیکانی  
(۴) پادهرمیتی

۲۷- اگر  $\chi$  یک اسپینور دو مؤلفه‌ای دلخواه و  $\sigma_k$  ها ( $k=1,2,3$ ) ماتریس‌های پاولی باشند، کدام عبارت درست است؟

- (۱) مجموعه سه ماتریس  $\sigma_k$  تحت دوران یک عملگر تانسور دیکارتی مرتبه یک تشکیل می‌دهند.  
(۲) مجموعه سه کمیت  $\chi^\dagger \sigma_k \chi$  تحت دوران یک عملگر تانسور دیکارتی مرتبه یک تشکیل می‌دهند.  
(۳) مجموعه سه کمیت  $\chi^\dagger \sigma_k \chi$  تحت دوران یک عملگر تانسور کروی مرتبه دو تشکیل می‌دهند.  
(۴) مجموعه سه ماتریس  $\sigma_k$  تحت دوران یک عملگر تانسور کروی مرتبه دو تشکیل می‌دهند.

۲۸- اگر جمله اصلاح نسبیتی به هامیلتونی اتم هیدروژن به شکل  $H_r = -\frac{p^4}{8m^2c^2}$  باشد، مقدار تغییر تراز انرژی  $E_n$  در اولین مرتبه اختلال، کدام است؟

$$-\frac{1}{2mc^2} \left[ E_n^2 + 2E_n \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle + \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right] \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2mc^2} \left[ E_n^2 - 2E_n \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle + \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right] \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2mc^2} \left[ 2E_n \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle + \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right] \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2mc^2} \left[ 2E_n \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle - \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right] \quad (4)$$

۲۹- هامیلتونی یک ذره اسپین  $\frac{1}{2}$  به شکل  $H = \hbar\Omega\sigma_z + \hbar\omega(\sigma_x \cos\alpha t + \sigma_y \sin\alpha t)$  است. اگر بردار حالت ذره

در لحظه  $t=0$  برابر  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  باشد، احتمال آن که در لحظه  $t>0$  بردار حالت ذره  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  باشد کدام است؟

$$\frac{4\omega^2}{(\Omega+\alpha)^2 + 4\omega^2} \sin^2 \left( \sqrt{(\Omega+\alpha)^2 + 4\omega^2} t \right) \quad (1)$$

$$\frac{2\omega^2}{(\Omega+\alpha)^2} \sin^2((\Omega+\alpha)t) \quad (2)$$

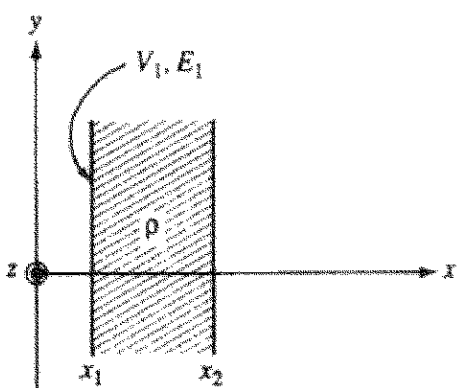
$$\frac{2\omega^2}{(\Omega-\alpha)^2 + 4\omega^2} \sin^2 \left( \sqrt{(\Omega-\alpha)^2 + 4\omega^2} t \right) \quad (3)$$

$$\frac{4\omega^2}{(2\Omega+\alpha)^2} \sin^2((2\Omega+\alpha)t) \quad (4)$$

۳۰- در نظریه پراکندگی (scattering)، کدام عبارت درباره قضیه اپتیکی  $\sigma_{\text{tot}} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}(f(\theta=0))$  درست است؟

- (۱) این قضیه فقط در تقریب اول بورن برقرار است و در پراکندگی از هر نوع پتانسیل کاربرد دارد.
- (۲) قضیه‌ای دقیق است که در پراکندگی از هر نوع پتانسیل کاربرد دارد.
- (۳) این قضیه فقط در تقریب اول بورن برقرار است و فقط در پراکندگی از پتانسیل‌های مرکزی صادق است.
- (۴) قضیه‌ای دقیق است اما فقط در پراکندگی از پتانسیل‌های مرکزی (با تقارن کروی) صادق است.

۳۱- درون یک تیغه بزرگ بار الکتریکی با چگالی حجمی یکنواخت  $\rho$  توزیع شده است. مطابق شکل زیر در مرز  $x = x_1$  پتانسیل و میدان الکتریکی به ترتیب مقادیرهای ثابت  $V_1$  و  $E_1$  را دارند. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای



داخل تیغه با مختصات  $(x, y, z)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\rho}{3\epsilon_0}(x-x_1)^3 + E_1(x-x_1) + V_1$
- (۲)  $-\frac{\rho}{3\epsilon_0}(x-x_1)^3 - E_1(x-x_1) + V_1$
- (۳)  $-\frac{\rho}{3\epsilon_0}(x-x_1)^3 + E_1(x-x_1)^2 + V_1$
- (۴)  $-\frac{\rho}{3\epsilon_0}(x-x_1)^3 - E_1(x-x_1) + V_1$

۳۲- دو صفحه رسانای تخت بی‌نهایت ۱ و ۲ به فاصله  $d$  موازی هم قرار دارند. بار نقطه‌ای  $q$  در فضای میان دو صفحه و

به فاصله  $\frac{d}{3}$  از صفحه ۱ قرار دارد. بار القایی روی صفحه ۲ کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3q}{4}$
- (۲)  $-\frac{2q}{3}$
- (۳)  $-\frac{q}{3}$
- (۴)  $-\frac{q}{4}$

۳۳- داخل یک دی‌الکتریک با ضریب گذردهی  $\epsilon$  میدان جابه‌جایی  $\vec{D}$  در نقطه‌ای با مختصات استوانه‌ای  $(r, \phi, z)$

توسط رابطه  $\vec{D} = r \sin \phi \hat{r} + r^2 \cos \phi \hat{\phi} + 2r e^{-2z} \hat{k}$  تعیین می‌شود. چگالی بار الکتریکی در

نقطه  $(3, \pi/2, 0)$  داخل دی‌الکتریک، کدام است؟

- (۱)  $-13$
- (۲)  $-9$
- (۳)  $-\frac{14}{\epsilon}$
- (۴)  $-7\epsilon$

۳۴- ماده‌ای با ضریب گذردهی  $\epsilon$  و ضریب هدایت الکتریکی  $\sigma$  تحت تأثیر میدان الکتریکی متناوبی با بسامد زاویه‌ای  $\omega$  قرار دارد. نسبت اندازه چگالی جریان رسانش  $|\vec{J}_C|$  به اندازه چگالی جریان جابه‌جایی  $|\vec{J}_D|$  کدام است؟

$$\frac{\epsilon \omega}{\sigma} \quad (1)$$

$$\frac{\sigma \omega}{\epsilon} \quad (2)$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon \omega} \quad (3)$$

$$\frac{\epsilon}{\sigma \omega} \quad (4)$$

۳۵- مرکز سه کره رسانا منطبق بر رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. طول ضلع این مثلث  $L = 48 \text{ cm}$ ، شعاع سه کره به ترتیب  $r_1 = L/24$ ،  $r_2 = L/12$  و  $r_3 = L/6$  و پتانسیل سه کره به ترتیب  $\phi_1 = 1 \text{ V}$ ،  $\phi_2 = 4 \text{ V}$  و  $\phi_3 = 10 \text{ V}$  است.  $P_{ij}$  (i, j = 1, 2, 3) ماتریس ضرایب پتانسیل این مجموعه، کدام است؟

$$\frac{25}{48\pi\epsilon_0} \begin{pmatrix} 24 & 1 & 10 \\ 1 & 12 & 4 \\ 10 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad (2) \quad \frac{5}{4\pi\epsilon_0} \begin{pmatrix} 12 & 1 & 10 \\ 1 & 6 & 4 \\ 10 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\frac{25}{48\pi\epsilon_0} \begin{pmatrix} 24 & 1 & 1 \\ 1 & 12 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \quad (4) \quad \frac{15}{8\pi\epsilon_0} \begin{pmatrix} 12 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

۳۶- میدان مغناطیسی  $\vec{H}$  درون یک رسانای استوانه‌ای با رابطه  $\vec{H} = 2r^3 \hat{\phi}$  داده می‌شود. چگالی جریان داخل این رسانا کدام است؟

$$r^4 \hat{r} \quad (1)$$

$$16r^3 \hat{k} \quad (2)$$

$$16r^2 \hat{k} \quad (3)$$

$$r^2 \cos \phi \hat{r} \quad (4)$$

۳۷- یک موج بر مستطیلی پر از هوا در فرکانس  $30 \text{ GHz}$  کار می‌کند. با فرض آن که فرکانس قطع مد  $\text{TM}_{21}$  برابر  $18 \text{ GHz}$  باشد، طول موج این مد چند cm است؟

$$1/25 \quad (1)$$

$$2/50 \quad (2)$$

$$0/8 \quad (3)$$

$$0/4 \quad (4)$$

۳۸- میدان الکتریکی موجی که در امتداد محور  $z$  انتشار یافته  $\vec{E} = E_0 \left( e^{-ikz} - i \frac{1}{\Delta} e^{ikz+\phi} \right) e^{i\omega t} \hat{e}_x$  است که  $E_0$ ،  $\phi$  و  $\omega$  کمیت‌های ثابت حقیقی هستند. متوسط توانی که واحد سطح عمود بر جهت انتشار این موج دریافت می‌کند کدام است؟

$$\frac{24 E_0^2 k}{\Delta \epsilon_0 \omega} \quad (۱)$$

$$\frac{24 E_0^2 k}{25 \epsilon_0 \omega} \quad (۲)$$

$$\frac{24 E_0^2 k}{25 \mu_0 \omega} \quad (۳)$$

$$\frac{24 E_0^2 k}{\Delta \mu_0 \omega} \quad (۴)$$

۳۹- برای ماده رسانایی با ضریب تراوایی مغناطیسی  $\mu$  و ضریب هدایت الکتریکی  $\sigma$  مؤلفه‌های میدان مغناطیسی  $H_i$  برای  $i = 1, 2, 3$  در کدام رابطه صدق می‌کنند؟

$$\nabla^2 H_i = \frac{\sigma}{\mu} \frac{\partial^2 H_i}{\partial t^2} \quad (۱)$$

$$\nabla^2 H_i = \frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial H_i}{\partial t} \quad (۲)$$

$$\nabla^2 H_i = \mu \sigma \frac{\partial H_i}{\partial t} \quad (۳)$$

$$\nabla^2 H_i = \mu \sigma \frac{\partial^2 H_i}{\partial t^2} \quad (۴)$$

۴۰- بار نقطه‌ای  $q$  در صفحه  $x-y$  در مسیری دایره‌ای به شعاع  $R$  حول مبدأ مختصات با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  می‌چرخد. کدام چگالی بار حجمی مشخص‌کننده این توزیع بار در مختصات کروی است؟

$$\frac{q}{R^2} \delta(r-R) \delta(\sin \theta) \delta(\varphi - \omega t) \quad (۱)$$

$$\frac{q}{R^2} \delta(r-R) \delta(\cos \theta) \delta(\varphi - \omega t) \quad (۲)$$

$$\frac{q\omega}{2\pi R} \delta(r-R) \delta(\cos \theta) \delta(\varphi - \omega t) \quad (۳)$$

$$\frac{q \sin \theta}{\omega R} \delta(r-R) \delta(\theta) \delta(\varphi - \omega t) \quad (۴)$$

۴۱- بار نقطه‌ای  $q$  داخل کره رسانای متصل به زمین به شعاع  $a$  قرار دارد. فاصله بار نقطه‌ای تا مرکز کره  $a/3$  است. اندازه نیروی وارد بر این بار کدام است؟

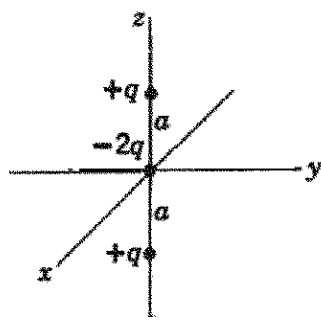
$$(1) \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$(2) \frac{27q^2}{256\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$(3) \frac{3q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$(4) \frac{9q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$$

۴۲- ممکن‌های چندقطبی  $q_{lm}$  غیرصفر برای توزیع بار نشان داده در شکل زیر کدام هستند؟



$$(1) q_{l0} = \sqrt{(2l+1)/4\pi} qa^{l+2}, \quad l=2,4,6,\dots$$

$$(2) q_{l0} = \sqrt{(2l+1)/4\pi} qa^{l+2}, \quad l=1,3,5,\dots$$

$$(3) q_{l0} = \sqrt{(2l+1)/\pi} qa^l, \quad l=2,4,6,\dots$$

$$(4) q_{l0} = \sqrt{(2l+1)/\pi} qa^l, \quad l=1,3,5,\dots$$

۴۳- پتانسیل اسکالر مغناطیسی برای یک پوسته استوانه‌ای بسیار بلند به شعاع داخلی  $a$  و شعاع خارجی  $b$  و ضریب نفوذپذیری  $\mu$  در مختصات استوانه‌ای به شکل زیر داده شده است:

$$\phi_M(\rho, \varphi) = \begin{cases} \left( \alpha_1 \rho + \frac{\alpha_2}{\rho} \right) \cos \varphi & \rho > b \\ \left( \beta_1 \rho + \frac{\beta_2}{\rho} \right) \cos \varphi & a < \rho < b \\ \gamma_1 \rho \cos \varphi & \rho < a \end{cases}$$

و محور  $z$  منطبق بر محور استوانه است. شرایط مرزی مگنتواستاتیک برای میدان مغناطیسی  $\vec{H}$  و  $\vec{B}$  منجر به کدام روابط میان ضرایب ثابت  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1$  می‌شوند؟

$$(1) \alpha_1 - \beta_1 = b^2(\beta_2 - \alpha_2), \quad a^2(\gamma_1 - \beta_2) = \beta_1, \quad \mu(\beta_2 a^2 - \beta_1) = \mu_0 a^2 \gamma_1$$

$$(2) \alpha_1 + \beta_1 = b^2(\beta_2 - \alpha_2), \quad \gamma_1 - \beta_1 = a^2 \beta_2, \quad \mu(\alpha_1 b^2 - \alpha_2) = \mu_0(\beta_1 b^2 - \beta_2)$$

$$(3) b^2(\alpha_1 - \beta_1) = \beta_2 + \alpha_2, \quad a^2(\gamma_1 + \beta_1) = \beta_2, \quad \mu_0(\alpha_1 b^2 - \alpha_2) = \mu(\beta_1 b^2 - \beta_2)$$

$$(4) b^2(\alpha_1 - \beta_1) = \beta_2 - \alpha_2, \quad a^2(\gamma_1 - \beta_1) = \beta_2, \quad \mu(\beta_1 a^2 - \beta_2) = \mu_0 a^2 \gamma_1$$

۴۴- یک مدار الکتریکی شامل یک پوسته استوانه‌ای نازک رسانا به شعاع  $a$  و یک پوسته نازک رسانای داخلی جهت بازگشت جریان به شعاع  $b$  و هم‌محور با پوسته خارجی است ( $b < a$ ). خودالقایی در واحد طول این مجموعه کدام است؟

(۱)  $\frac{\mu_0 a}{2\pi b} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

(۲)  $\frac{\mu_0}{4\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

(۳)  $\frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

(۴)  $\frac{\mu_0 b}{4\pi a} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

۴۵- توان کل تابشی از یک چهارقطبی الکتریکی با چه توانی از  $\omega$  بسامد زاویه‌ای موج تابشی متناسب است؟

(۱)  $\omega^6$

(۲)  $\omega^5$

(۳)  $\omega^4$

(۴)  $\omega^3$

www.Sanjesh3.com