

کد کنترل

486

F



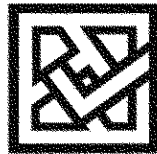
486F

آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنجشنبه

۱۴۰۱/۱۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

علوم کامپیوتر (کد ۲۲۴۷)

زمان پاسخ گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ساختمان داده و الگوریتم - مبانی منطق - مبانی ترکیبیات - جبر خطی عددی - نظریه الگوریتم پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (ساختمان داده و الگوریتم - مبانی منطق - مبانی ترکیبیات - جبر خطی عددی - نظریه الگوریتم پیشرفته):

۱- کمترین تعداد مقایسه مورد نیاز برای تعیین اینکه یک عدد صحیح بیش از $\frac{n}{4}$ مرتبه در یک آرایه مرتب از اعداد

صحیح به طول n ظاهر می‌شود، از کدام مرتبه است؟

$\Theta(\log n)$ (۲)

$\Theta(1)$ (۱)

$\Theta(n \log n)$ (۴)

$\Theta(n)$ (۳)

۲- n آرایه نامرتب A_1, \dots, A_n را در نظر بگیرید (n عددی فرد است). هر کدام از این آرایه‌ها دارای n عنصر متمایز

است. هیچ عنصر مشترکی میان هیچ دو آرایه‌ای وجود ندارد. پیچیدگی زمانی الگوریتمی برای محاسبه میانه این آرایه‌ها از چه مرتبه‌ای است؟

$\Theta(n \log n)$ (۲)

$\Theta(n)$ (۱)

$\Omega(n^2 \log n)$ (۴)

$\Theta(n^2)$ (۳)

۳- فرض کنید آرایه‌ای از اعداد صحیح $A = [a_1; a_2; \dots; a_n]$ داده شود و یک اندیس (ناشناخته) k وجود دارد به-

طوری که زیر آرایه $A = [a_1; a_2; \dots; a_k]$ به ترتیب اکیداً افزایشی مرتب شده است و زیر آرایه

$A = [a_k; a_{k+1}; \dots; a_n]$ به ترتیب اکیداً نزولی مرتب شده است (یعنی اگر $1 \leq i < j \leq k$ ، آنگاه $a_i < a_j$ و اگر

$k \leq i < j \leq n$ ، آنگاه $a_i > a_j$ هدف شما تعیین k است. یک الگوریتم بهینه برای حل این مسئله چه زمان

اجرای دارد؟

$\Theta(n \log n)$ (۲)

$\Theta(n^2)$ (۱)

$\Theta(\log n)$ (۴)

$\Theta(n)$ (۳)

۴- کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۱) آرایه $A = [10; 3; 5; 1; 4; 2]$ ، یک max heap است.

(۲) هر مسئله محاسباتی با اندازه ورودی n را می‌توان با یک الگوریتمی با زمان چند جمله‌ای بر حسب n حل کرد.

(۳) برای تمام توابع مثبت $f(n)$ ، $g(n)$ و $h(n)$ ، اگر $f(n) = O(g(n))$ و $f(n) = \Omega(h(n))$ باشد، آنگاه

$g(n) + h(n) = \Omega(f(n))$.

(۴) اگر هر رقم جداگانه در RADIX SORT را با استفاده از INSERTION SORT به جای

COUNTING SORT مرتب کنیم، آنگاه RADIX SORT به درستی کار نمی‌کند. (یعنی خروجی صحیح را

تولید نمی‌کند).

۵- کدام یک از عبارات زیر مطمئناً عبارت $f(n) = \Omega(g(n))$ را پشتیبانی می‌کند؟

(۱) $f(n) \leq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 1$ (۲) $f(n) \geq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 136$

(۳) $f(n) \leq 4 \times g(n)$ برای تمام $n \geq 100$ (۴) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$

۶- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

الف- هر درخت جستجوی دودویی دلخواه با n گره می‌تواند به یک درخت جستجوی دودویی دلخواه دیگر با n گره با انجام $O(n)$ عمل rotation تبدیل شود.

ب- برای هر دو تابع $f(n)$ و $g(n)$ یکی از سه حالت (۱) $f(n) \in o(g(n))$ ، (۲) $f(n) \in w(g(n))$ و (۳) $f(n) \in \theta(g(n))$ برقرار است.

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۷- زمان اجرای الگوریتم زیر از چه مرتبه‌ای است؟ ($x++$ یعنی متغیر x را به اضافه یک کنید).

```
i = 1
j = 1
for(i = 0; i < n; i++)
    for(j = i * i * i; j < n * i; j++)
        print("*")
```

(۱) n^2

(۲) $n^{2/5}$

(۳) n^3

(۴) $n^{3/5}$

۸- کدام مورد (موارد) زیر درست است؟

الف- اگر در الگوریتم‌سازی ادغامی (Merge sort)، در هر گام تقسیم، به جای تقسیم هر دسته از اعداد به دو

دسته، آنها را به سه دسته تقریباً هم‌اندازه تقسیم کنیم (به عبارت دیگر n عدد به ۳ دسته تقریباً $\frac{n}{3}$ تایی و

سپس ۹ دسته تقریباً $\frac{n}{9}$ تایی تقسیم شوند و ...)، الگوریتم حاصل یک الگوریتم مرتب‌سازی است و زمان آن از

$\Theta(n \log n)$ است.

ب- اگر در الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی، در هر گام، اعداد را به دو دسته تقسیم کنیم، به‌طوری‌که اندازه یکی از

دسته‌ها حدوداً ۵ برابر اندازه دسته دیگر باشد، الگوریتم حاصل یک الگوریتم مرتب‌سازی است و زمان اجرای

آن $\Theta(n \log n)$ است.

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۹- n عدد طبیعی a_1, a_2, \dots, a_n داده شده است. با استفاده از جدول درهم سازی (Hash Table) قصد داریم دو سؤال زیر را پاسخ دهیم.

الف- آیا i و j که $\frac{a_i}{a_j} = 2$ ، وجود دارند؟

ب- آیا i و j که $\frac{1}{9} < \frac{a_i}{a_j} < \frac{2}{1}$ ، وجود دارند؟

امید ریاضی زمان اجرای سریع ترین الگوریتم موجود برای حل دو مسئله «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه زمانی است؟ (امید ریاضی زمان اجرای یک الگوریتم، میانگین زمان اجرای آن است.)

(۱) n^2, n

(۲) n, n^2

(۳) n, n

(۴) n^2, n^2

۱۰- همزمان با اجرای الگوریتم جستجوی عمق اول (DFS) روی یک گراف n رأسی، برای هر رأس دو عدد تولد و مرگ نیز تعیین می کنیم. اعداد تولد و مرگ رأس ها به صورت زیر تعریف می شوند: دو نوع رویداد تعریف می کنیم (A) پیمایش هر رأس برای اولین بار، (B) ترک کردن یک رأس برای همیشه. این $2n$ رویداد را به ترتیب زمان رخ دادن با شماره های ۱ الی $2n$ شماره گذاری می کنیم. شماره حاصل از مورد A برای رأس v را عدد تولد v و شماره حاصل از رویداد (B) برای رأس v را عدد مرگ v می نامیم. کدام گزاره یا گزاره های زیر لزوماً درست است؟

الف- از دو عدد تولد و مرگ هر رأس، دقیقاً یک عدد فرد است.

ب- حداقل یک رأس وجود دارد که عدد مرگ آن برابر با عدد تولدش به اضافه یک است.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) نه «الف» و نه «ب»

۱۱- یک روش مرتب سازی را برای مرتب نمودن اعداد کاملاً نامرتب ۱ تا ۱۶ انتخاب نموده ایم بعد از انجام چندین مرحله اعداد از چپ به راست به صورت زیر درآمده اند، روش مرتب سازی کدام است؟

۲, ۵, ۱, ۱۰, ۱۴, ۱۶, ۱۵, ۱۳, ۱۲, ۱۱, ۹, ۸, ۷, ۶, ۴, ۳

(۲) انتخابی (Selection)

(۱) درجی (Insertion)

(۴) سریع (Quick)

(۳) حبابی (Bubble)

۱۲- در صورتی که بخواهیم دنباله مرتب شده صعودی در خروجی داشته باشیم، کدام یک از ساختارهای داده ای زیر بدون استفاده از ساختار کمکی قادر به انجام آن هستند؟

(۲) درخت دودویی منظم

(۱) درخت Maxheap

(۴) درخت جستجوی دودویی

(۳) درخت Minheap

۱۳- فرض کنیم:

$G(x)$: x دختر است

$L(x, y)$: x و y را دوست دارد

k : پسر

$H(x, y)$: x از y بیزار است

کدام گزینه بهترین ترجمه برای عبارت زیر است؟

«هر دختری که پسر را دوست داشته باشد از هر دختری که پسر او را دوست دارد، بیزار است.»

$$\forall x (G(x) \wedge L(x, k) \rightarrow \forall y (G(y) \wedge L(k, y) \rightarrow H(x, y))) \quad (1)$$

$$\forall x (G(x) \wedge L(x, k) \wedge \forall y (G(y) \wedge L(k, y) \rightarrow H(x, y))) \quad (2)$$

$$\forall x (G(x) \wedge L(x, k) \wedge \forall y (G(y) \wedge L(k, y) \wedge H(x, y))) \quad (3)$$

$$\forall x (G(x) \wedge L(x, k) \rightarrow \forall y (G(y) \wedge L(k, y) \wedge H(x, y))) \quad (4)$$

۱۴- فرض کنیم زبان شامل نماد محمولی دو موضعی A و نماد تابعی یک موضعی f است. تعبیری را در نظر می‌گیریم که

در آن دامنه مجموعه اعداد حقیقی، رابطه \leq و f تابع x^3 است. از دو دنباله $S' = \langle s_1, s_2, \dots \rangle$

و $S = \langle s'_1, s'_2, \dots \rangle$ زیر کدام یک فرمول $A(f(x_2), x_5)$ را ارضاء (Satisfy) می‌کنند؟

$$1) S = \langle 1, 2, 3, 4, 5, \dots \rangle$$

$$2) S' = \langle 2, 4, 8, 16, 32, \dots \rangle$$

(۲) فقط « S' »

(۱) فقط « S »

(۴) نه « S » و نه « S' »

(۳) هر دو

۱۵- فرض کنیم زبان شامل ثابت‌های C_1, C_2, C_3, C_4 ، نماد محمولی دو موضعی A_2 و نماد محمولی سه

موضعی A_3 و نمادهای محمولی یک موضعی B_1 و B_2 باشد. اگر b_1 ها متمایز باشند تعبیر زیر را در نظر

می‌گیریم:

$$I(C_1) = b_1, I(C_2) = b_2, I(C_3) = b_3, I(C_4) = b_4$$

$$I(A_2) = \{(b_1, b_1), (b_1, b_2), (b_3, b_4), (b_2, b_2)\}$$

$$I(A_3) = \{(b_1, b_1, b_3), (b_4, b_2, b_3)\}$$

$$I(B_1) = \{b_1, b_3\}$$

$$I(B_2) = \{b_2, b_3\}$$

فرض کنیم:

$$\alpha = \forall x (B_1(x) \wedge B_2(x) \rightarrow \exists y A_3(y, y, x))$$

$$\beta = \exists y (A_2(C_3, y) \wedge \neg B_2(y) \wedge B_1(y))$$

کدام یک از دو فرمول α و β در I درست است؟

(۲) فقط « β »

(۱) فقط « α »

(۴) نه « α » و نه « β »

(۳) هر دو

- ۱۶- فرض کنیم G فرمولی باشد که جدول ارزش آن به ازای مقادیر نشان داده شده در زیر نادرست و در بقیه موارد ارزش درست دارد.

p	q	r	G
T	F	T	F
T	F	F	F
F	F	T	F

از دو مورد زیر کدام درست است؟

- (الف) فرم نرمال فصلی (DNF) $\neg G$ به صورت $(p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$ است.
(ب) فرم نرمال عطفی (CNF) برای G به صورت $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r)$ است.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

- ۱۷- فرض کنیم $T_1 = Th(\mathbb{N}, 0, +)$ و T_2 همان T_1 است با این تفاوت که نمادهای محمولی زیر به آن اضافه شده اند:

- یک نماد محمولی دوموضعی $<$ به طوری که $i < j$ درست است اگر و تنها اگر $i < j$.

- یک محمول یک موضعی $e(i)$ به طوری که $e(i)$ اگر و تنها اگر i زوج باشد.

- یک محمول یک موضعی $p(i)$ به طوری که $p(i)$ اگر و تنها اگر i یک توان از ۲ باشد.

کدام یک از دو نظریه T_1 و T_2 تصمیم پذیر (decidable) است؟

(۲) فقط « T_2 »

(۱) فقط « T_1 »

(۴) نه « T_1 » و نه « T_2 »

(۳) هر دو

- ۱۸- اگر قوانین $\neg \neg p \rightarrow p$ و $p \vee \neg p$ را از منطق کلاسیک حذف کنیم به منطق شهودی گزاره ها می رسیم.

از دو گزاره α و β زیر کدام یک در منطق شهودی گزاره ها قابل اثبات نیست؟

$$\beta \equiv \neg(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \phi$$

$$\alpha \equiv \neg(\phi \vee \psi) \rightarrow (\neg \phi \wedge \neg \psi)$$

(۲) فقط « β »

(۱) فقط « α »

(۴) نه « α » و نه « β »

(۳) هر دو

- ۱۹- استدلال زیر در سیستم استنتاج طبیعی را در نظر بگیرید:

$$\frac{[\forall y \neg Pay] \forall E}{\neg Pab} \quad \frac{[Pab]}{\neg E} \quad Qab$$

$$\frac{}{Pab \rightarrow Qab} \rightarrow I$$

$$\frac{\forall y (pay \rightarrow Qay) \quad \forall I \quad \frac{\forall x \neg \forall y (Pxy \rightarrow Qxy) \quad \forall E}{\neg \forall y (Pay \rightarrow Qay)} \quad \neg I}{\neg \forall y \neg Pay \quad \forall I}{\forall x \neg \forall y \neg Pxy} \quad \forall I$$

چند مورد استفاده اشتباه از قوانین در این استدلال وجود دارد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) ۳

۲۰- فرض کنیم P_n تعداد جایگشت‌های مانند $f: \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ باشد به طوری که f^2 (ترکیب f با خودش) تابع همانی شود. به عبارت دیگر f^2 هر عدد را به خودش می‌برد. مقدار P_5 کدام است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۲۶

(۳) ۴۰

(۴) ۴۱

۲۱- فرض کنید a_n تعداد دنباله‌های به طول n با نمادهای ۰ و ۱ باشد که یا با دو صفر شروع شود یا با سه یک تمام شود. مقدار a_7 کدام است؟

(۱) ۴۲

(۲) ۴۴

(۳) ۴۶

(۴) ۴۸

۲۲- فرض کنیم G یک گراف است که مجموعه رأس‌های آن تمام زیرمجموعه‌های $\{1, 2, 3, 4\}$ است و دو زیرمجموعه X و Y مجاورند اگر و تنها اگر تفاضل متقارن آنها دقیقاً یک عضو داشته باشد. دو عبارت زیر را در نظر بگیرید:
«الف» G دور اولیه دارد. «ب» G دور همبیل‌تونی دارد.

از موارد «الف» و «ب» کدام یک صحیح است؟

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۲۳- دنباله زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = \sum_{i=0}^{n-1} a_i a_{n-i-1} \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

تعداد جملات فرد در ۱۰۰ جمله نخست این دنباله (یعنی a_0 الی a_{99}) را N می‌نامیم. N در چه بازه‌ای قرار دارد؟

(۱) $[1, 8)$

(۲) $[9, 15)$

(۳) $[16, 34)$

(۴) $[35, 100)$

۲۴- کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

گراف منتظم یعنی گرافی که درجه همه رأس‌های آن یکسان است. همچنین یک تطابق کامل در یک گراف یعنی زیرمجموعه‌ای مانند M از یال‌های گراف به طوری که هر رأس گراف دقیقاً به یک یال از M متصل باشد.

الف- اگر یال‌های یک گراف به تطابق‌های کامل افزاز شود، آن گراف، منتظم است.

ب- هر گراف منتظم با زوج رأس و به جز گراف تهی، دارای تطابق کامل است.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۲۵- چند عدد ۱۳ رقمی مانند k با ارقام ۱، ۲ و ۳ وجود دارد، به طوری که اختلاف هر دو رقم مجاور در k برابر با یک باشد؟

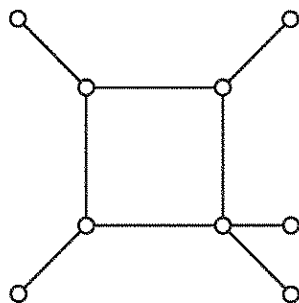
(۱) 2^6

(۲) 2^7

(۳) 3×2^6

(۴) 3×2^{12}

۲۶- به چند طریق می توان رأس های گراف زیر را به ۳ زیرمجموعه افراز کرد، به طوری که میان هیچ دو رأسی از یک زیرمجموعه، یال موجود نباشد؟



(۱) 2^6

(۲) 3×2^5

(۳) 3×2^6

(۴) 3×2^{12}

۲۷- به چند طریق می توان $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ را به ۵ زیرمجموعه ۶ عضوی افراز کرد و سپس از هر زیرمجموعه، مانند A یک نماینده $a \in A$ انتخاب کرد؟

(۱) $\frac{30!}{(5!)^5}$

(۲) $\frac{30!}{(6!)^5}$

(۳) $\frac{30!}{(6!)^5} \times 5!$

(۴) $\frac{30!}{(5!)^5} \times 6!$

۲۸- تعداد جواب های صحیح معادله $\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 100 \\ \forall i \quad x_i \geq 3 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) $\binom{82}{8}$

(۲) $\binom{82}{9}$

(۳) $\binom{81}{8}$

(۴) $\binom{81}{9}$

۲۹- فرض کنید $H = I - \frac{uu^T}{\beta}$ که در آن، $\beta = \frac{1}{\gamma} \|u\|_\gamma^2$ و $u \in \mathbb{R}^n$ و $a, b \in \mathbb{R}^n$. گزینه درست کدام است؟

$$(1) Ha = b \Rightarrow a = Hb$$

$$(2) \|Ha\|_\gamma = \|a\|_\gamma \text{ اگر و تنها اگر } u^T a = 0$$

$$(3) \|H(a-b)\|_\gamma = 0 \text{ به ازای برخی } a \neq b$$

$$(4) \|Ha\|_\gamma = \|Hb\|_\gamma \text{ به ازای برخی } a \text{ و } b \text{ به طوری که } \|a\|_\gamma \neq \|b\|_\gamma$$

۳۰- فرض کنید A یک ماتریس $m \times n$ با ستون‌های مستقل خطی است، و تجزیه QR برای A به صورت $A = QR$ با Q متعامد نرمال و R بالا مثلثی با ستون‌های مستقل خطی در دست است. در این صورت، مسئله $\min_x \|Ax - b\|_\gamma$ با

(۱) می‌تواند جواب نداشته باشد.

(۲) می‌تواند بی‌نهایت جواب داشته باشد.

(۳) را می‌توان با حل یک دستگاه مثلثی، حل کرد.

(۴) جوابی دارد که جواب دستگاه $AX = b$ نیز هست.

۳۱- فرض کنید در روش توانی برای یک ماتریس متقارن A به صورت $X^{(k)} = AX^{(k-1)}$ ، $k = 1, 2, \dots$ داریم:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{X^{(k)T} X^{(k-1)}}{X^{(k-1)T} X^{(k-1)}} > 0 \text{ . گزینه نادرست، کدام است؟}$$

(۱) A می‌تواند تکیه باشد.

(۲) A معین مثبت است.

(۳) A می‌تواند ماتریسی نامعین باشد.

(۴) بردارهای ویژه A دو به دو متعامدند.

۳۲- فرض کنید $\bar{X} \neq 0$ جواب محاسبه شده برای حل یک دستگاه معادلات خطی به صورت $Ax = b$ باشد. اگر عدد حالت A برابر با 10^7 و روند عدد یک مربوط به ماشین محاسبه برابر با 10^{-10} باشد، آنگاه تعداد ارقام قابل اعتماد در \bar{X} تقریباً برابر با کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۷

(۳) ۹

(۴) ۱۰

۳۳- فرض کنید تجزیه QR برای ماتریس A به صورت $A = QR$ در دست است که در آن، Q یک ماتریس متعامد نرمال و R بالا مثلثی با ستون‌های مستقل خطی است. مسئله $\min_x \|Ax - b\|_\gamma$ به دست می‌آید.

(۱) جوابی یکتا دارد که با حل دو دستگاه مثلثی

(۲) جوابی یکتا دارد که با حل یک دستگاه مثلثی

(۳) بی‌نهایت جواب دارد و یک جواب آن با حل یک دستگاه مثلثی

(۴) بی‌نهایت جواب دارد و یک جواب آن با حل دو دستگاه مثلثی

۳۴- فرض کنید λ_i ها مقادیر ویژه یک ماتریس حقیقی $A, n \times n$ هستند به طوری که $|\lambda_1| \geq \dots \geq |\lambda_n|$. در این صورت، مقدار عدد حالت A در نرم اقلیدسی، کدام است؟ ($\|A\|_2 = \|A^{-1}\|_2$ عدد حالت A)

$$\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right|^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{|\lambda_n|}{|\lambda_1|} \quad (2)$$

$$|\lambda_1 \cdot \lambda_n| \quad (3)$$

$$\frac{|\lambda_1|}{|\lambda_n|} \quad (4)$$

۳۵- فرض کنید b در فضای یوچ ماتریس A قرار دارد. گزینه درست برای جواب مسئله $R = \min_x \|Ax - b\|_2$ ، کدام است؟

(۱) جواب ندارد.

(۲) بی نهایت جواب دارد.

(۳) $x = 0$ با $R = \|b\|_2$

(۴) جواب دستگاه $Ax = b$ با $R = 0$

۳۶- کدام یک از گزاره (های) زیر در مورد مسئله فروشنده دوره گرد (Traveling Salesman Problem) درست است؟

الف- دارای الگوریتم چند جمله ای یا ضریب تقریب (factor) ثابت است.

ب- اگر ورودی مسئله را به گراف هایی محدود کنیم که وزن هر یال آنها بین ۲ و ۵ است، دارای الگوریتم چند جمله ای با ضریب تقریب (factor) ثابت است.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۳۷- کدام یک از گزاره (های) زیر درست است؟

الف- اگر یک الگوریتم زمان چند جمله ای برای یک مسئله که NP-hard است ارائه شود، آنگاه می توان نتیجه گرفت $P = NP$ است.

ب- اگر یک مسئله NP-complete است، آنگاه می توان نتیجه گرفت که آن مسئله هیچ راه حلی ندارد.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

(۴) نه «الف» و نه «ب»

(۳) هر دو

۳۸- قصد داریم با الگوریتم مرتب سازی تصادفی سریع (Randomized Quick Sort) دنباله ۱ و ۳ و ۲ را مرتب و

تبدیل به ۳ و ۲ و ۱ کنیم. به طور متوسط چند مقایسه انجام می شود؟

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{6}{3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

۳۹- کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

الف- یک الگوریتم برخط (Online) می‌تواند تصادفی باشد.

ب- زمان یک الگوریتم برخط می‌تواند چندجمله‌ای نباشد.

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۴۰- چند تا از گزاره‌های زیر حتماً درست است؟

الف- $RP \subseteq P$

ب- $NP \cap P = \emptyset$

ج- اگر یک مسئله، محاسبه پذیر باشد، در کلاس NP قرار می‌گیرد.

۴۱- کدام مسئله یا مسائلی دارای الگوریتم حریصانه (greedy) با زمان چندجمله‌ای است؟

الف- فروشنده دوره گرد (TSP)

ب- سنگین ترین زیردرخت پوشا (فراگیر) (MST)

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۴۲- زمان اجرای چه تعداد از الگوریتم‌های زیر، لزوماً چندجمله‌ای است؟

الف- پویا (Dynamic)

ب- حریصانه (greedy)

ج- برخط (Online)

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۴۳- کدامیک از گزاره یا گزاره‌های زیر، درست است؟

الف- اگر یک مسئله دارای الگوریتم تقریبی (تخمینی - Approximation) با ضریب تقریب (factor) $\frac{5}{2}$ باشد،

دارای الگوریتم تقریبی با ضریب تقریب ۲ نیز هست.

ب- برخی مسائل تصمیم‌گیری (مسائل بله - خیر) دارای الگوریتم تقریبی با ضریب تقریب ۲ هستند.

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب»

(۳) هر دو (۴) نه «الف» و نه «ب»

۴۴- در یک الگوریتم از یک آرایه دو بعدی $a[n, n]$ استفاده کرده ایم ($n =$ اندازه ورودی) همچنین داریم $a[i, j] = 0$ $\forall i, j$ $i > j$ ، همچنین به ازای هر i مقدار $a[i, i]$ در زمان $O(i)$ قابل محاسبه است و نیز داریم $a[i, j] = f(a[i+1, j], a[i, j-1])$ که f یک تابع قابل محاسبه در زمان $O(1)$ است. خروجی مسئله نیز $a[n, n]$ است. کدام عنوان برای نوع این الگوریتم مناسب تر است؟

- (۱) پویا (Dynamic)
 - (۲) برخط (Online)
 - (۳) حریصانه (Greedy)
 - (۴) بهینه سازی
- ۴۵- کدام گزاره یا گزاره ها درست است؟

الف- طبق تز چرچ - تورینگ، همه مسائل توسط ماشین های تورینگ قابل محاسبه هستند.
ب- طبق تز چرچ - تورینگ، اگر $NP = P$ همه مسائل توسط ماشین های تورینگ قابل محاسبه هستند.

- (۱) فقط «الف»
- (۲) فقط «ب»
- (۳) هر دو
- (۴) نه «الف» و نه «ب»

www.Sanjesh3.com